

## Klassische Theoretische Physik II SoSe 2023

Prof. Dr. A. Shnirman  
Dr. A. Pavlov, A. ReichBlatt 9  
Abgabe 30.06.2023, Besprechung 04.07.2023

## 1. Ebenes Doppel-Pendel

(10 Punkte)

Betrachten Sie das in Abb. 1 dargestellte ebene Doppel-Pendel. Beide Massenpunkte bewegen sich nur in der  $x - z$ - Ebene. Die Massen der Massenpunkte sind  $m_1$  und  $m_2$  und die Längen der massenlosen Stäbe sind  $l_1$  und  $l_2$ . Die Gravitationskraft wirkt parallel zur  $z$ -Achse.

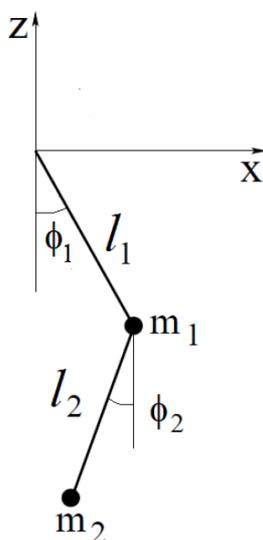


Abbildung 1: Das ebene Doppel-Pendel.

- Wählen Sie als generalisierte Koordinaten die Winkel  $\phi_1$  und  $\phi_2$ . Geben Sie die Matrizen  $m_{ij}$  und  $V_{ij}$  des in der Vorlesung vorgestellten Verfahrens für kleine Schwingungen an. Leiten Sie die Bewegungsgleichungen für  $\phi_1$  und  $\phi_2$  her. (3 Punkte)
- Stellen Sie die Eigenwertgleichung auf und bestimmen Sie die Eigenfrequenzen. Geben Sie die Normalkoordinaten  $Q_k$  an. (3 Punkte)
- Betrachten Sie nun das Pendel mit  $l_1 = l_2 = l$ . Geben Sie die Eigenfrequenzen und Eigenvektoren für die Grenzfälle  $m_1 \gg m_2$  und  $m_1 \ll m_2$  an und beschreiben Sie die Bewegung des Pendels in beiden Fällen. (4 Punkte)

## 2. Asymmetrisches dreiatomiges Molekül

(10 Punkte)

Betrachten Sie das in Abb. 2 skizzierte Modell für ein dreiatomiges lineares Molekül. Die drei Atome der Massen  $m_1 = m_2 = m$  und  $m_3 = M$  sind über zwei Federn der Federkonstanten  $k$  und  $2k$  miteinander verbunden und können sich nur entlang der Molekülachse bewegen. Der Gleichgewichtsabstand zwischen benachbarten Atomen sei  $l$ . Die Auslenkungen aus den jeweiligen Ruhelagen werden mit  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) bezeichnet.

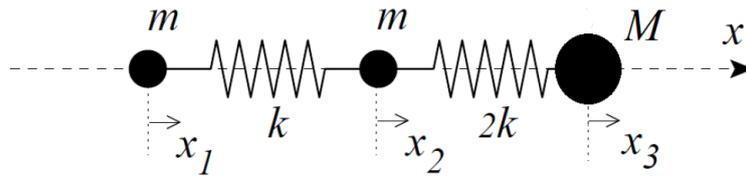


Abbildung 2: Asymmetrisches dreiatomiges Molekül.

- a) Geben Sie die Lagrange-Funktion des Moleküles und die zugehörigen Matrizen  $m_{ij}$  und  $V_{ij}$  an. (2 Punkte)
- b) Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen und zugehörigen Eigenvektoren. Was ergibt sich im Limes  $M \rightarrow \infty$ ? (3 Punkte)  
*Hinweis:* Eine der Lösungen ist  $\omega^2 = 0$ . Sie entspricht einer gleichförmigen Bewegung des ganzen Moleküls entlang der  $x$ -Achse.
- c) Betrachten Sie nun den Fall  $M = 2m$ . Geben Sie die Normalkoordinaten  $Q_k$  und die allgemeine reelle Lösung an. (5 Punkte)