

Name: .....

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

Gruppe 1  
Ralph Werner

Gruppe 5  
Bernd Feucht

Gruppe 9  
Carsten Buschhaus

Gruppe 2  
Tobias Huber

Gruppe 6  
Tobias Kretz

Gruppe 10  
Ileana Rau

Gruppe 3  
Pierpaolo Mastrolia

Gruppe 7  
Michael Kraetz

Gruppe 4  
Michael Häfner

Gruppe 8  
Peter Schmitteckert

1. a) Wie berechnet man die elektrische Spannung zwischen zwei Punkten  $\vec{x}_1$  und  $\vec{x}_2$ , wenn das elektrische Feld  $\vec{E}(\vec{x})$  im gesamten Raum gegeben ist? 1P

b) Berechnen Sie das Linienintegral 1P

$$\int_{\vec{x}_1}^{\vec{x}_2} d\vec{x} \cdot \vec{\nabla} f(\vec{x}) \quad \text{mit} \quad f(\vec{x}) = x_1 x_2 + x_3^2$$

zwischen den Punkten  $\vec{x}_1 = (0, 1, 0)^T$  und  $\vec{x}_2 = (0, -1, \pi)^T$ .

c) Geben Sie den Zusammenhang zwischen der elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  auf der Ober- und Unterseite einer leitenden Oberfläche mit Flächenladungsdichte  $\sigma$  an. 2P

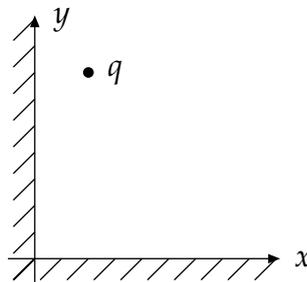
2. Eine Kugel mit Radius  $R$  besitze eine konstante Ladungsdichte  $\rho = 3Q/(4\pi R^3)$ . Beschreiben Sie qualitativ, wie der Betrag der elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  und das elektrostatische Potential  $\phi$  innerhalb und außerhalb der Kugel vom Abstand  $r$  zum Kugelmittelpunkt abhängen. Skizzieren Sie dieses Verhalten. 4P

3. Berechnen Sie die magnetische Flußdichte  $\vec{B}$  innerhalb und außerhalb eines unendlich langen Zylinders mit Radius  $R$ , der von einem Strom in Richtung der Symmetrieachse durchflossen wird. Die Stromdichte hat auf der Symmetrieachse den Wert  $j_0$  und fällt nach außen wie  $\exp(-r^2/R^2)$  ab. Für  $r > R$  sei die Stromdichte Null. In welche Richtung zeigt der magnetische Fluß  $\vec{B}$ ? 5P

4. a) Betrachten Sie zwei konzentrische leitende Zylinder der Länge  $L$  mit Radien  $R_1 < R_2$  (Koaxialkabel), welche durch ein nichtleitendes Medium (z.B. Luft oder Vakuum) voneinander isoliert sind. Berechnen Sie die Kapazität  $C$  pro Längeneinheit dieser Anordnung in der Näherung eines sehr langen Leiters  $L \gg R_2$ . 4P

- b) Bestimmen Sie die Kapazität pro Längeneinheit zweier paralleler zylindrischer Leiter mit Radien  $R_1$  und  $R_2$ . Die Distanz  $d$  zwischen den beiden Zylindern sei viel größer als die beiden Radien und die Ladung sei jeweils homogen auf den Oberflächen der Leiter verteilt. Nehmen Sie weiter an, daß die Leiter sehr lang sind (Länge  $L \gg d \gg R_1, R_2$ ). 4P

5. An einem beliebigen Ort zwischen zwei geerdeten leitenden Metallplatten, die senkrecht aufeinander stehen, befindet sich eine Punktladung  $q$ . 4P



Berechnen Sie mit Hilfe der Methode der Spiegelladungen das elektrostatische Potential  $\phi$  und skizzieren Sie die Anordnung aller Ladungen. Überprüfen Sie das Ergebnis, indem Sie das Potential an einem beliebigen Punkt auf der Oberfläche einer Platte bestimmen.

6. Eine ausgedehnte Ladungsverteilung habe die Ladungsdichte 5P

$$\rho(\vec{r}) = \rho_0 \exp\left(-\frac{r^4}{R^4}\right) \cos \theta.$$

Welche Momente  $q_{lm}$  tragen zu der Multipolentwicklung in Kugelflächenfunktionen bei? Die Kugelflächenfunktionen lauten

$$\begin{aligned} Y_{00} &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \\ Y_{10} &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, & Y_{11} &= -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}, \\ Y_{20} &= \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2}\right), & Y_{21} &= -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}, & Y_{22} &= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}, \\ & \text{etc.} \end{aligned}$$

Berechnen Sie die nicht-verschwindenden Multipolmomente  $q_{lm}$  und daraus das Potential  $\phi(\vec{r})$  und die elektrische Feldstärke  $\vec{E}(\vec{r})$  im Grenzfall  $r \gg R$ .

Hinweise:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}\Psi(r, \theta, \phi) &= \vec{e}_r \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \vec{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \vec{e}_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \phi}, \\ \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} &= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{4\pi}{2l+1} \frac{r'^l}{r^{l+1}} Y_{lm}^*(\theta', \phi') Y_{lm}(\theta, \phi) \quad \text{mit} \quad r > r'. \end{aligned}$$