

Klausur zur Vorlesung Theorie C – Elektrodynamik

Name: _____

Matrikelnummer _____ Übungsgruppe: _____ Punkte: _____

Hinweise: Sie haben zur Bearbeitung der Aufgaben 2 Stunden und 45 Minuten (das sollte mehr Zeit sein, als Sie eigentlich benötigen). Als Hilfsmittel zugelassen sind 2 DIN A4 Seiten Notizen sowie ein Wörterbuch. Sie können insgesamt 30 Punkte erreichen, von 15 Punkten an gilt die Klausur als bestanden.

- Lesen Sie die Aufgabenstellungen genau durch.
- Beachten Sie auch die Formelsammlung auf der letzten Seite.
- Geben Sie eine Herleitung für Ihre Ergebnisse an. Ergebnisse ohne Herleitung werden – außer in der Aufgabe K1 – nicht gewertet.
- Schreiben Sie leserlich und geben Sie Ihren Namen auf allen Blättern an, die Sie abgeben.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg.

Aufgabe K1 - Richtig oder falsch in der Elektrodynamik (4 Punkte)

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch?

- Gegeben sei eine statische Ladungsverteilung. Die Bahnkurven geladener Testteilchen stimmen mit den elektrischen Feldlinien der Ladungsverteilung überein.
- Die Gruppengeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle ist immer kleiner als die Lichtgeschwindigkeit c im Vakuum.
- Eine statische Ladungsverteilung befinde sich vollständig innerhalb einer gedachten Kugel vom Radius R . Dann hängt das elektrische Feld außerhalb der Kugel nur von der Gesamtladung ab.
- Sind (\vec{E}_1, \vec{B}_1) die Felder einer Ladungs- und Stromverteilung (ρ_1, \vec{j}_1) und (\vec{E}_2, \vec{B}_2) die Felder einer Ladungs- und Stromverteilung (ρ_2, \vec{j}_2) so sind die Felder $(\vec{E}_1 - \vec{E}_2, \vec{B}_1 - \vec{B}_2)$ Lösung der Maxwellgleichungen zu einer Ladungs- und Stromverteilung $(\rho_1 - \rho_2, \vec{j}_1 - \vec{j}_2)$.

Bewertung dieser Aufgabe: Je richtiger Antwort erhalten Sie einen Punkt, für falsche Antworten jeweils Null Punkte. Sie müssen hier – und nur hier – keine Begründung angeben. Gewertet werden nur “richtig” oder “falsch”.

Aufgabe K2 - Berechnung elektromagnetischer Felder (6 Punkte)

Berechnen Sie

- (a) das elektrische Feld außerhalb und innerhalb einer homogen geladenen Kugel mit Radius R und Gesamtladung Q . (2 Punkte)
- (b) das magnetische Feld einer Stromdichte $\vec{j}(\vec{x}) = I\delta(x)\delta(y)\vec{e}_z$. (2 Punkte)
- (c) das elektrische Feld zweier Ladungen, q_1, q_2 an den Punkten $(x, y, z) = (0, 0, d)$, $(x, y, z) = (0, 0, 2d)$ mit $d > 0$ über einem ebenen geerdeten Leiter der sich in der gesamten xy -Ebene befindet. (2 Punkte)

Aufgabe K3 - Kartesische Multipolentwicklung für geladene Scheibe (8 Punkte)

Betrachten Sie eine Kreisscheibe mit Radius R die sich in der xy -Ebene befindet. Ihr Zentrum liege im Ursprung, und sie sei mit einer Flächenladungsdichte $\rho_0 \cos 2\phi$ belegt. ϕ sei hier die Winkelkoordinate der Polarkoordinaten (r, ϕ) die die xy -Ebene parametrisieren.

- (a) Zeigen Sie dass das Monopolmoment verschwindet. (2 Punkte)
- (b) Zeigen Sie dass das Dipolmoment verschwindet. (2 Punkte)
- (c) Berechnen Sie das (nichtverschwindende) Quadrupolmoment

$$Q_{ij} = \int d^3x \rho(\vec{x})(3x_i x_j - |\vec{x}|^2 \delta_{ij}).$$

(2 Punkte)

- (d) Mit welcher Potenz von der Entfernung d vom Ursprung fällt das elektrische Feld für $d \gg R$ ab? (2 Punkte)

Hinweis: Bei der Bearbeitung von Aufgabenteil (a) können Sie die folgenden Tatsachen ohne Begründung verwenden.

$$\sin(\phi) = \frac{1}{2i} (\exp(i\phi) - \exp(-i\phi)), \quad \cos(\phi) = \frac{1}{2} (\exp(i\phi) + \exp(-i\phi))$$

und

$$\int_0^{2\pi} d\phi \cos(n\phi) = \int_0^{2\pi} d\phi \sin(n\phi) = \int_0^{2\pi} d\phi \exp(in\phi) = 0$$

für jede ganze Zahl $n \neq 0$.

Aufgabe K4 - Strahlungsdruck (6 Punkte)

Wir betrachten eine ebene, linear polarisierte elektromagnetische Welle, die aus dem Vakuum kommend senkrecht auf einen perfekt absorbierenden ebenen Schirm trifft.

- (a) Sei $\vec{E}(\vec{x} = 0, t) = E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x$ das elektrische Feld einer ebenen, linear polarisierten elektromagnetischen Welle im Vakuum, ausgewertet am Ursprung $\vec{x} = 0$. Die Ausbreitungsrichtung der Welle sei parallel zur z-Achse in die positive z-Richtung. Berechnen Sie das elektrische und magnetische Feld für beliebige Raum- und Zeitpunkte. (2 Punkte)
- (b) Berechnen Sie den Maxwell'schen Spannungstensor für die Feldkonfiguration aus Aufgabenteil (a). (2 Punkte)
- (c) Nun denken Sie sich einen perfekt absorbierenden ebenen Schirm in der xy-Ebene platziert. Benutzen Sie Ihr Ergebnis aus (b) und zeigen Sie dass für den Betrag $f = |\vec{f}|$ der Kraft pro Flächeneinheit \vec{f} die auf den Schirm ausgeübt wird gilt:

$$f(t) = \frac{1}{4\pi} E_0^2 \cos^2(\omega t).$$

(2 Punkte)

Aufgabe K5 - Effekte einer Lorentz-Transformation (6 Punkte)

Ein Raumschiff fliegt von der Erde zu einer Raumstation. Von der Erde aus gesehen bewegt sich das Raumschiff mit der konstanten Geschwindigkeit v .

- (a) Die Entfernung Erde-Raumstation werde mit L bezeichnet. Das Raumschiff braucht also von der Erde aus betrachtet eine Zeit $T = L/v$. Geben Sie an, wie die Reise in den Augen der Crew des Raumschiffes aussieht während sie sich auf der Reise befindet: Wie lange dauert die Reise und welche Distanz wird dabei zurückgelegt? (2 Punkte)
- (b) Das Raumschiff durchfliegt auf seiner Reise eine Region mit einem homogenen elektrischen Feld. Von der Erde aus gesehen ist das Feld senkrecht zur Bewegungsrichtung des Raumschiffes und hat einen Betrag E . Berechnen Sie das elektromagnetische Feld, das die Crew des Raumschiffes beobachtet. (4 Punkte)