ÜBUNGEN ZUR THEORETISCHEN PHYSIK C — KLAUSUR

Prof. Dr. J. Kühn
Dr. S. Uccirati

Dienstag, 9.3.2010
14:00-17:00 Uhr

Bewertungsschema für Bachelor

Punkte	Note	
<16	5.0	nicht bestanden
16 - 17.5	4.7	
18 - 19.5	4.0	bestanden
20 - 21.5	3.7	
22 - 23.5	3.3	
24 - 25.5	3.0	
26 - 27.5	2.7	
28 - 29.5	2.3	
30 - 31.5	2.0	
32 - 33.5	1.7	
34 - 35.5	1.3	
36 - 40	1.0	

Scheinvergabe für Diplomstudiengang bei **18** und mehr Punkten

Aufgabe 1: 13 Punkte

Wenn nicht explizit gefordert, ist in Aufgabe 1 keine Herleitung verlangt.

$a)$ Elektro- und Magnetostatik

i) Gegeben seien die lokalisierte Ladungsverteilung $\rho(\vec{x})$ und die Stromdichte $\vec{j}(\vec{x})$. Wie lautet das zugehörige skalare Potential $\phi(\vec{x})$ und das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{x})$ (in Coulomb-Eichung)? *2P*

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int d^3x'\,\frac{\rho(\vec{x}\,')}{|\vec{x}-\vec{x}\,'|},$$

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x'\,\frac{\vec{j}(\vec{x}\,')}{|\vec{x}-\vec{x}\,'|} \qquad \text{evtl. } +\vec{\nabla}\psi \quad \text{mit} \quad \triangle\psi = 0.$$

ii) Was erhalten Sie für große Abstände von den Quellen? Betrachten Sie hierzu die Multipolentwicklung jeweils bis zum Dipolbeitrag. *2P*

$$\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}\,'|} = \frac{1}{x} + \frac{\vec{x}\cdot\vec{x}\,'}{x^3}, \qquad x = |\vec{x}|,$$

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{1}{x}\underbrace{\int d^3x'\,\rho(\vec{x}\,')}_{Q} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{\vec{x}}{x^3}\underbrace{\int d^3x'\,\vec{x}\,'\,\rho(\vec{x}\,')}_{\vec{p}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{Q}{x} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{\vec{x}\cdot\vec{p}}{x^3},$$

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{1}{x}\underbrace{\int d^3x'\,\vec{j}(\vec{x}\,')}_{0} + \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{1}{x^3}\underbrace{\int d^3x'\,\vec{x}\cdot\vec{x}\,'\,\vec{j}(\vec{x}\,')}_{\vec{m}\times\vec{x}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{\vec{m}\times\vec{x}}{x^3} \qquad \vec{m} = \frac{1}{2}\int d^3x'\,\vec{x}\,'\times\vec{j}(\vec{x}\,').$$

iii) Was ergibt sich für die Kraft und das Drehmoment auf einen magnetischen Dipol $\vec{m}$ in einem Magnetfeld $\vec{B}(\vec{x})$? *1P*

$$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{m}\cdot\vec{B}(\vec{x})), \qquad \vec{N} = \vec{m}\times\vec{B}(\vec{x}).$$

b) Zeitabhängige Phänomene

i) Wie lautet der Zusammenhang zwischen $\vec{E}$, $\vec{B}$, ρ, $\vec{j}$? Wie lassen sich diese Gleichungen in relativistisch kovarianter Form schreiben? *2P*

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0,$$
$$\vec{\nabla}\times\vec{E} + \partial_t\vec{B} = 0, \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B} - \mu_0\epsilon_0\partial_t\vec{E} = \mu_0\,\vec{j}.$$

Kovariante Form:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \mu_0\, j^\nu,$$
$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0 \qquad \text{oder} \qquad \partial_\rho F_{\mu\nu} + \partial_\nu F_{\rho\mu} + \partial_\mu F_{\nu\rho} = 0,$$

wobei

$$F^{\mu\nu} = \frac{1}{c}\begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ E_2 & cB_3 & 0 & -cB_1 \\ E_3 & -cB_2 & cB_1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\,\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\,F_{\rho\sigma}, \qquad j^\mu = (c\,\rho, \vec{j}).$$

ii) Zeigen Sie, dass das elektrische Feld $\vec{E}$ für $\rho = 0, \vec{j} = 0$ die Wellengleichung erfüllt. Wie lautet die zur Wellengleichung gehörige retardierte Greensche Funktion? *2P*

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=0, \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0,$$
$$\vec{\nabla}\times\vec{E}+\partial_t\vec{B}=0, \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B}-\mu_0\epsilon_0\partial_t\vec{E}=0.$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow\quad &\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E})+\partial_t\vec{\nabla}\times\vec{B}=0,\\ &\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E})+\mu_0\epsilon_0\partial_t^2\vec{E}=0,\\ &\vec{\nabla}(\underbrace{\vec{\nabla}\cdot\vec{E}}_{0})-\triangle\vec{E}+\underbrace{\mu_0\epsilon_0}_{1/c^2}\partial_t^2\vec{E}=0 \qquad\Rightarrow\qquad \triangle\vec{E}-\frac{1}{c^2}\,\partial_t^2\vec{E}=0.\end{aligned}$$

Greensche Funktion:

$$\Box G(\vec{x},\vec{x}',t,t')=\delta(\vec{x}-\vec{x}')\delta(t-t').$$

Retardierte Greensche Funktion:

$$G_R(\vec{x},\vec{x}',t,t')=\frac{1}{4\pi}\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,\delta\Big(t-t'-\frac{|\vec{x}-\vec{x}'|}{c}\Big),$$

oder auch

$$G_R(\vec{x},\vec{x}',t,t')=\frac{c}{2\pi}\,\delta\Big((\vec{x}-\vec{x}')^2-c^2(t-t')^2\Big)\,\theta(t-t').$$

iii) Eine ebene Welle werde durch $\vec{E}(\vec{x},t)=E_0\,\mathrm{Re}\,\vec{\epsilon}\,\mathrm{e}^{ikz-i\omega t}$ beschrieben (Coulomb Eichung). Folgende fünf Polarisationsvektoren seien gegeben: *2P*

$$\vec{\epsilon}_1=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\quad \vec{\epsilon}_2=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}i\\i\\0\end{pmatrix},\quad \vec{\epsilon}_3=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\i\\0\end{pmatrix},\quad \vec{\epsilon}_4=\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix},\quad \vec{\epsilon}_5=\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}i\\2\\0\end{pmatrix}.$$

Welcher beschreibt lineare, zirkulare bzw. elliptische Polarisation?

$\vec{\epsilon}_1\to$ linear, $\vec{\epsilon}_2\to$ linear, $\vec{\epsilon}_3\to$ zirkular, $\vec{\epsilon}_4\to$ linear, $\vec{\epsilon}_5\to$ elliptisch.

iv) Das elektrische Feld $\vec{E}(x,y,z,t)=E_0\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\mathrm{Re}\,\mathrm{e}^{ikz-i\omega t}$ beschreibe eine ebene Welle. *2P*

Wie lautet das zugehörige Magnetfeld $\vec{B}(x,y,z,t)$?
Was ergibt sich für den Poyntingvektor?

Ebene Welle

$$\vec{B}=\frac{1}{c}\,\vec{n}\times\vec{E}, \qquad \vec{n}=\frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}.$$

In dieser Aufgabe:

$$\vec{E}(x,y,z,t) = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \underbrace{\mathrm{Re}\, \mathrm{e}^{ikz - i\omega t}}_{\cos(kz-\omega t)}, \qquad \vec{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{pmatrix}, \qquad \vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Daraus folgt

$$\vec{B}(x,y,z,t) = \frac{E_0}{c} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \underbrace{\mathrm{Re}\, \mathrm{e}^{ikz - i\omega t}}_{\cos(kz-\omega t)}.$$

Poynting Vektor

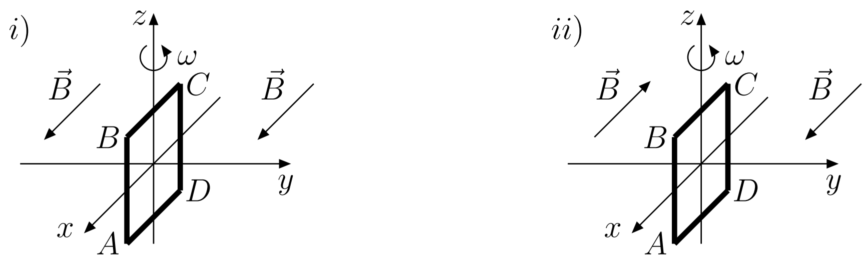
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E} \times \vec{B}) = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cos^2(kz - \omega t).$$

Aufgabe 2: **7 Punkte**

Betrachten Sie eine geschlossene quadratische Leiterschleife (mit Seitenlänge a und Zentrum im Ursprung), die sich zum Zeitpunkt $t = 0$ in der Ebene $y = 0$ befindet und gegen den Uhrzeigersinn mit der Winkelgeschwindigkeit ω um die z-Achse rotiert. Zusätzlich gibt es ein Magnetfeld $\vec{B}$ in zwei verschiedenen Konfigurationen:

i) Das Magnetfeld ist homogen und zeigt in die positive x-Richtung: $\vec{B} = B_0(1,0,0)$ *5P*

ii) Das Magnetfeld zeigt in die positive x-Richtung im $y > 0$ Halbraum und in die negative x-Richtung im $y < 0$ Halbraum: $\vec{B} = \big[\theta(y) - \theta(-y)\big]\, B_0\, (1,0,0)$ *2P*



Berechnen Sie den Betrag der in der Leiterschleife induzierte Spannung in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit ω in beide Konfigurationen.
Wann wechselt der Strom die Richtung: für $t = T/4$ oder für $t = T/2$ ($T = 2\pi/\omega$)?

Faradaysches Gesetz

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

$\mathcal{E}$ ist die induzierte Spannung oder elektromotorische Kraft.

Φ ist der magnetische Fluss durch die Leiterschleife zur Zeit t:

$$\Phi = \int_A d\vec{A} \cdot \vec{B}.$$

$d\vec{A}$ ändert sich, weil die Leiterschleife rotiert. Wenn zur Zeit $t = 0$ die Leiterschleife in der Ebene $y = 0$ ist, dann haben wir

$$d\vec{A}(t=0) = dA\,\hat{n}(t=0), \qquad \text{wobei wir wählen} \qquad \hat{n}(t=0) = -\,\vec{\mathbf{e}}_y.$$

(Man hätte auch $\hat{n}(t=0) = \vec{\mathbf{e}}_y$ wählen können).
Zur Zeit t ist die Leiterschleife um einen Winkel ωt gedreht und $\hat{n}$ ist:

$$\hat{n}(t) = \sin\omega t\,\vec{\mathbf{e}}_x - \cos\omega t\,\vec{\mathbf{e}}_y.$$

i) In Konfiguration $i)$ ($\vec{B} = B_0\vec{e}_x$) ist zur Zeit t der magnetische Fluss

$$\Phi(t) = a^2\,B_0\,\sin\omega t, \qquad \frac{d\Phi}{dt} = a^2\,\omega\,B_0\,\cos\omega t.$$

Daraus folgt

$$\mathcal{E} = -\,a^2\omega\,B_0\,\cos\omega t \qquad \Rightarrow \qquad |\mathcal{E}| = a^2\omega\,B_0\,|\cos\omega t|.$$

$\mathcal{E}$ und damit der Strom haben eine Nullstelle bei $t = T/4$ (und $t = 3T/4$) und wechseln dort das Vorzeichen.

ii) In Konfiguration $ii)$ stehen die zwei Hälfte der Leiterschleife immer in einem $\vec{B}$-Feld mit entgegengesetzter Richtung. Das heisst, der magnetische Fluss durch eine Hälfte kompensiert den der anderen Hälfte und der totale Fluss ist immer null.

Daraus folgt, dass auch der induzierte Strom immer null ist.

Aufgabe 3: 7 Punkte

$a)$ Betrachten Sie eine Ladungsverteilung mit dem zeitlich konstanten elektrischen Quadrupolmoment Q_{ij}. Die Gesamtladung und das Dipolmoment seien Null.

i) Welche Bedingungen gelten für die Q_{ij}? *2P*

Q_{ij} ist symmetrisch und spurlos:

$$Q_{ij} = Q_{ji}, \qquad \sum_i Q_{ii} = 0.$$

ii) Kann Q_{ij} diagonalisiert werden? Wenn nein, weshalb nicht? Wenn ja, wieviele unabhängige Diagonalelemente hat Q_{ij} nach Diagonalisierung? *1P*

Ja, reelle symmetrische Matrizen lassen sich immer diagonalisieren.

Da die Matrix spurlos ist, muss die Summe der Eigenwerten null sein. Das heisst, es gibt nur 2 unabhängige Diagonalelemente.

iii) Was ergibt sich für das skalare Potential $\phi(\vec{x})$? Mit welcher Potenz fällt das elektrische Feld für große Abstände ab? *2P*

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{n_i\,Q_{ij}\,n_j}{2\,x^3}, \qquad \vec{n} = \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|}.$$

Das elektrische Feld fällt mit der vierten Potenz ab.

b) Die Ladungsverteilung oszilliere nun mit der Frequenz ω. Welche Bedingung muß erfüllt sein, dass sich ein Beobachter in der Fernzone befindet? Mit welcher Potenz fällt dort das elektrisches Feld ab? *2P*

Fernzone: $|\vec{x}| \gg \lambda$, wobei $\vec{x}$ die Position des Beobachters ist und $\lambda = 2\pi/k = 2\pi c/\omega$.

Das elektrische Feld fällt mit $\frac{1}{|\vec{x}|}$ ab (wie alle andere Terme der Multipolentwicklung in der Fernzone).

Aufgabe 4: 13 Punkte

In einer linearen Antenne der Länge d fließt ein mit der Frequenz ω oszillierender Strom. Die Amplitude der Stromstärke ist konstant in der Antenne:

$$\vec{j}(\vec{x},t) = \mathrm{Re}\,\vec{j}(\vec{x})\,\mathrm{e}^{-i\omega t}, \qquad \text{mit} \qquad \vec{j}(\vec{x}) = I_0\,\delta(x)\,\delta(y)\left[\theta\Big(z+\frac{d}{2}\Big) - \theta\Big(z-\frac{d}{2}\Big)\right]\vec{e}_z.$$

i) Berechnen Sie die Ladungsverteilung $\rho(\vec{x},t)$ unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung. (Beachten Sie, dass $\frac{d}{dz}\theta(z) = \delta(z)$). *3P*

Kontinuitätsgleichung:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{j}(\vec{x},t) + \partial_t\rho(\vec{x},t) = 0.$$

Ich schreibe:

$$\vec{j}(\vec{x},t) = \mathrm{Re}\vec{j}(\vec{x})\,\mathrm{e}^{-i\omega t} \qquad \rho(\vec{x},t) = \mathrm{Re}\rho(\vec{x})\,\mathrm{e}^{-i\omega t}.$$

Daraus folgt:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{j}(\vec{x}) = i\,\omega\,\rho(\vec{x}),$$

$$\rho(\vec{x}) = \frac{1}{i\,\omega}\,\vec{\nabla}\cdot\vec{j}(\vec{x}) = \frac{I_0}{i\,\omega}\,\delta(x)\,\delta(y)\left[\delta\Big(z+\frac{d}{2}\Big) - \delta\Big(z-\frac{d}{2}\Big)\right].$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned}\rho(\vec{x},t) &= \mathrm{Re}\,\frac{I_0}{i\,\omega}\,\delta(x)\,\delta(y)\left[\delta\Big(z+\frac{d}{2}\Big) - \delta\Big(z-\frac{d}{2}\Big)\right]\mathrm{e}^{-i\omega t}\\ &= -\frac{I_0}{\omega}\,\delta(x)\,\delta(y)\left[\delta\Big(z+\frac{d}{2}\Big) - \delta\Big(z-\frac{d}{2}\Big)\right]\sin\omega t.\end{aligned}$$

ii) Berechnen Sie das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{x},t)$ in der Fernzone und verwenden Sie dabei die Dipolnäherung. Welche Bedingung muss für diese näherung erfüllt sein? Was ergibt sich für die zugehörigen magnetischen und elektrischen Felder? *5P*

Dipolnäherung: $kd \ll 1$ $(k = \omega/c)$

$$\vec{A}(\vec{x},t) = \mathrm{Re}\,\vec{A}(\vec{x})\,\mathrm{e}^{-i\omega t}, \qquad \text{mit} \qquad \vec{A}(\vec{x}) \simeq -\frac{i\omega\mu_0}{4\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\,\vec{p}, \qquad \vec{p} = \int d^3x'\,\vec{x}'\,\rho(\vec{x}').$$

In diesem Fall

$$\begin{aligned}\vec{p} &= \int d^3x'\,\vec{x}'\,\rho(\vec{x}') = \frac{I_0}{i\,\omega}\int d^3x'\,\vec{x}'\,\delta(x)\,\delta(y)\left[\delta\Big(z+\frac{d}{2}\Big) - \delta\Big(z-\frac{d}{2}\Big)\right] \\ &= \frac{I_0}{i\,\omega}\left[-\frac{d}{2}-\frac{d}{2}\right]\vec{e}_z = \frac{i\,d\,I_0}{\omega}\,\vec{e}_z.\end{aligned}$$

Daraus folgt

$$\vec{A}(\vec{x},t) \simeq \mathrm{Re}\,\frac{d\,I_0\,\mu_0}{4\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\,\vec{e}_z\,\mathrm{e}^{-i\omega t}.$$

Magnetisches Feld:

$$\vec{B}(\vec{x},t) = \mathrm{Re}\,\vec{B}(\vec{x})\,\mathrm{e}^{-i\omega t}, \qquad \text{mit} \qquad \vec{B}(\vec{x}) = \vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{x}) \simeq \frac{k\omega\mu_0}{4\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\,\vec{n}\times\vec{p}, \qquad \vec{n} = \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|}.$$

In diesem Fall

$$\vec{B}(\vec{x},t) = \mathrm{Re}\,\frac{i\,k\,d\,I_0\,\mu_0}{4\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\,\vec{n}\times\vec{e}_z\,\mathrm{e}^{-i\omega t}.$$

Elektrisches Feld:

$$\vec{E}(\vec{x},t) = \mathrm{Re}\,\vec{E}(\vec{x})\,\mathrm{e}^{-i\omega t}, \qquad \text{mit} \qquad \vec{E}(\vec{x}) \simeq -\,c\,\vec{n}\times\vec{B}(\vec{x}).$$

In diesem Fall

$$\vec{E}(\vec{x},t) = -\,\mathrm{Re}\,\frac{i\,\omega\,d\,I_0\,\mu_0}{4\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\,\vec{n}\times(\vec{n}\times\vec{e}_z)\,\mathrm{e}^{-i\omega t}.$$

iii) Berechnen Sie nun $\vec{A}(\vec{x},t)$ in der Fernzone *5P*

$$\vec{A}(\vec{x},t) = \mathrm{Re}\,\vec{A}(\vec{x})\,\mathrm{e}^{-i\omega t}, \qquad \text{mit} \qquad \vec{A}(\vec{x}) \simeq \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\int d^3x'\,\vec{j}(\vec{x}\,')\,\mathrm{e}^{-ik\frac{\vec{x}\cdot\vec{x}'}{|\vec{x}|}},$$

ohne die Dipolnäherung zu verwenden. Überzeugen Sie sich, dass unter Verwendung der Dipolnäherung das Resultat mit dem vorherigen übereinstimmt.

Ohne Dipolnäherung:

$$\begin{aligned}
\vec{A}(\vec{x}) &\simeq \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\int d^3x'\,\vec{j}(\vec{x}')\,\mathrm{e}^{-ik\frac{\vec{x}\cdot\vec{x}'}{|\vec{x}|}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,I_0\,\vec{e}_z\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\int_{-d/2}^{d/2}dz'\,\mathrm{e}^{-ik\frac{z\,z'}{|\vec{x}|}}\\
&= \frac{\mu_0}{4\pi}\,I_0\,\vec{e}_z\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\frac{|\vec{x}|}{-ik\,z}\left[\mathrm{e}^{-ik\frac{z\,z'}{|\vec{x}|}}\right]_{-d/2}^{d/2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,I_0\,\vec{e}_z\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\frac{|\vec{x}|}{-ik\,z}\left[\mathrm{e}^{-ik\frac{z\,d}{2\,|\vec{x}|}} - \mathrm{e}^{ik\frac{z\,d}{2\,|\vec{x}|}}\right]\\
&= \frac{\mu_0}{4\pi}\,I_0\,\vec{e}_z\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\,\frac{2\,|\vec{x}|}{k\,z}\,\sin\frac{k\,d\,z}{2\,|\vec{x}|}.
\end{aligned}$$

Jetzt verwende ich die Dipolnäherung, d.h. $kd \ll 1$, z und $|\vec{x}|$ fest:

$$\lim_{kd\to 0}\sin\frac{k\,d\,z}{2\,|\vec{x}|} = \frac{k\,d\,z}{2\,|\vec{x}|}.$$

Daraus folgt:

$$\vec{A}(\vec{x}) \simeq \frac{\mu_0\,d}{4\pi}\,I_0\,\vec{e}_z\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}, \qquad \vec{A}(\vec{x},t) \simeq \mathrm{Re}\,\frac{\mu_0\,d}{4\pi}\,I_0\,\vec{e}_z\,\frac{\mathrm{e}^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}\,\mathrm{e}^{-i\omega t},$$

wie in Punkt ii).