

Klassische Theoretische Physik III  
Theorie C – Elektrodynamik: Klausur (Termin 1)    WS 12-13

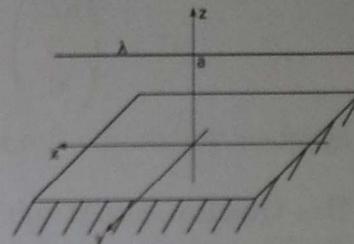
Prof. Dr. Alexander Mirlin  
Dr. Igor Gornyi

Bearbeitungszeit: 120 Minuten  
Fr 22.02.2013, 11:00-13:00

Aufgabe 1:    Draht

(5+15+5+5 = 30 Punkte)

Ein unendlich langer, mit der Ladung pro Längeneinheit  $\lambda$  geladener Draht befindet sich bei  $y = 0$  und  $z = a$  im Abstand  $a$  vor einer unendlich ausgedehnten, geerdeten Leiterfläche bei  $z = 0$ , s. Abbildung.



- Betrachten Sie zuerst einen einzelnen Draht im freien Raum (ohne Leiterfläche). Ermitteln Sie dessen elektrisches Feld mithilfe des Gauß'schen Satzes.
- Bestimmen Sie nun das elektrostatische Potential der Gesamtanordnung (mit Leiterfläche) im gesamten Raum. Berechnen Sie die auf der Ebene induzierte Flächenladungsdichte  $\sigma$ .
- Ein Beobachter bewegt sich mit der konstanten, relativistischen Geschwindigkeit  $v$  in  $x$ -Richtung in der Höhe  $h$  über der Platte bei  $y = 0$ . Welche Felder misst der Beobachter in seinem Bezugssystem?
- Ermitteln Sie die Änderung der elektrostatischen Energie der Anordnung pro Längenelement, wenn der Draht von  $z = a$  nach  $z = 2a$  bewegt wird.

**10 Bonuspunkte:**

Ersetzen Sie nun die Leiterfläche mit einem dielektrischen Medium im Halbraum  $z < 0$  (der Abstand sei wieder  $a$ ). Bestimmen Sie die auf der Grenzfläche induzierte Ladungsverteilung.

Aufgabe 2:    Medium

(8+12=20 Punkte)

Gegeben sei ein homogenes, elektrisch leitfähiges Medium. Hierbei sei die dielektrische Suszeptibilität (nur auf gebundene Ladungen bezogen)  $\chi_e > 0$  und die magnetische Suszeptibilität  $\chi_m = 0$  gegeben. Außerdem sei die Stromdichte der freien Ladungen  $\vec{j} = \sigma_D \vec{E}$ , wobei  $\sigma_D = \text{const}$  die Leitfähigkeit ist.

- Leiten Sie unter Benutzung der Maxwell-Gleichungen im Medium die Wellengleichung für  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  her. Lösen Sie diese Gleichung mit dem Ansatz

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{e}_x E_0 e^{i(kz - \omega t)} \quad (\omega \text{ reell}).$$

Wie hängt  $k$  von  $\omega$  ab?

**Bitte wenden!**

- (b) Nun sei der Halbraum  $z > 0$  mit dem obigen Medium gefüllt. Eine ebene Welle fällt aus  $z < 0$  senkrecht auf die Grenzfläche zwischen Vakuum und Medium. Bestimmen Sie den Maxwell'schen Spannungstensor  $T_{ij}$  der Welle für  $z < 0$ .

### 10 Bonuspunkte:

Berechnen Sie den zeitgemittelten Strahlungsdruck  $p$  (die Kraft, die auf die Flächeneinheit der Grenzfläche wirkt).

### Aufgabe 3: Strahlung

(25+10=35 Punkte)

Vier Punktladungen  $q_1, q_2, q_3$  und  $q_4$  befinden sich in der  $xy$ -Ebene. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  sind ihre Positionen durch

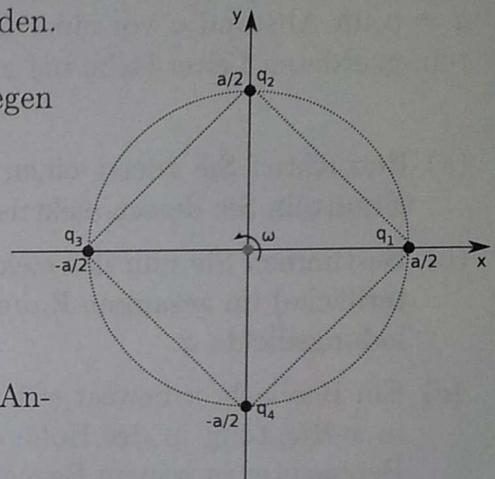
$$\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} a/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ a/2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{r}_3 = \begin{pmatrix} -a/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{r}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -a/2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

gegeben, sodass die Punktladungen ein Quadrat bilden.

Das Quadrat rotiert mit der Kreisfrequenz  $\omega$  entgegen des Uhrzeigersinns um die  $z$ -Achse (s. Abbildung).

Betrachten Sie folgende Ladungsverteilungen:

- (i)  $q_1 = q, q_2 = q, q_3 = -q, q_4 = -q,$   
(ii)  $q_1 = q, q_2 = -q, q_3 = q, q_4 = -q.$



Analysieren Sie im Folgenden für jede der obigen Anordnungen die Strahlung in der Fernzone:

- (a) Bestimmen Sie das niedrigste nichtverschwindende Multipolmoment der Ladungsverteilung. Mit welcher Frequenz strahlt die Ladungsverteilung?  
(b) Ein Beobachter befindet sich auf der  $z$ -Achse in großer Entfernung von der Ladungsverteilung. Welchen Energiefluss misst der Beobachter?

### 10 Bonuspunkte:

Berechnen Sie die von der Ladungsverteilung (ii) abgestrahlte Leistung pro Raumwinkel und die gesamte abgestrahlte Leistung  $P$ .

### Aufgabe 4: Raumschiff

(10+5=15 Punkte)

Ein Raumschiff fliegt zur Zeit  $t = 0$  von  $\vec{r} = 0$  in  $z$ -Richtung los. Das Raumschiff erfährt in seinem Ruhesystem (d.h. im Inertialsystem, in dem das Raumschiff zum betrachteten Zeitpunkt die Geschwindigkeit  $\vec{v}' = 0$  hat) die konstante Beschleunigung  $a$ .

- (a) Lösen Sie die relativistische Bewegungsgleichung und bestimmen Sie die Weltlinie des Raumschiffs in der  $(ct, z)$ -Ebene.  
(b) Ein Mitarbeiter der Weltraumagentur sendet vom Kontrollraum auf der Erde Radiosignale mit Frequenz  $\omega$  aus. Bestimmen Sie die Zeit, nach der die Weltraumagentur die Kontrolle über das Raumschiff verliert.

### 10 Bonuspunkte:

Mit welcher Frequenz wird das Raumschiff die Signale empfangen?