KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE

INSTITUT FÜR THEORIE DER KONDENSIERTEN MATERIE

Klassische Theoretische Physik III
Theorie C – Elektrodynamik: Klausur (Termin 2 – Nachklausur) WS 12-13

Prof. Dr. Alexander Mirlin
Dr. Igor Gornyi

Bearbeitungszeit: 120 Minuten
Fr. 26.04.2013, 14:00-16:00, Gerthsen HS

Aufgabe 1: **Zwei Ladungen** (10+8+7+5=**30 Punkte**)

Zwei Ladungen q und $-q$ befinden sich an den Punkten $\vec{r}_+ = (0,0,a)$ bzw. $\vec{r}_- = (b,0,a)$ im Abstand $a > 0$ von einer geerdeten leitenden Ebene $z = 0$ (s. Abbildung).

(a) Finden Sie das Potential $\Phi(\vec{r})$ dieser Anordnung im gesamten Raum. Skizzieren Sie das Feldlinienbild.

(b) Entwickeln Sie das Potential für $r \gg a, b$ zur ersten nichtverschwindenden Ordnung. Um welches Multipolmoment handelt es sich?

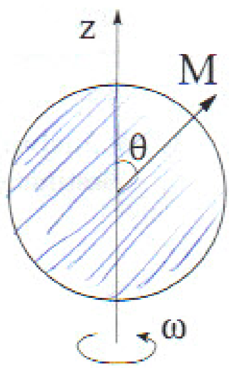
(c) Berechnen Sie die auf der Ebene induzierte Flächenladungsdichte σ und die gesamte, auf der Ebene induzierte Ladung.

(d) Ermitteln Sie die Änderung der elektrostatischen Energie der Anordnung, wenn die Ladungen von $z = a$ nach $z = 2a$ bewegt werden.

15 Bonuspunkte:
Ersetzen Sie nun die Leiterfläche mit einem dielektrischen Medium im Halbraum $z < 0$ (der Abstand sei wieder a). Bestimmen Sie die auf der Grenzfläche induzierte Ladungsverteilung. Ermitteln Sie die Änderung der elektrostatischen Energie der Anordnung, wenn der Abstand zwischen den Ladungen von b zu $2b$ geändert wird.

Aufgabe 2: **Strahlung** (10+10=**20 Punkte**)

Eine Kugel mit Radius a, deren Mittelpunkt im Ursprung liegt, hat eine konstante Magnetisierung $\vec{M}$. Der Winkel zwischen $\vec{M}$ und $\vec{e}_z$ ist θ. Die Kugel rotiert mit der Kreisfrequenz ω entgegen des Uhrzeigersinns um die z-Achse (s. Abbildung).



(a) Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ und das magnetische Feld $\vec{H}(\vec{r})$ der von der Kugel abgestrahlten Welle für $r \gg a$.

(b) Berechnen Sie die abgestrahlte Leistung pro Raumwinkel und die gesamte abgestrahlte Leistung P.

Bitte wenden!

Aufgabe 3: **Drude-Modell** (8+12+10=**30 Punkte**)

Das Verhalten von Leitungselektronen in Metallen in Wechselwirkung mit dem elektrischen Feld kann durch eine klassische Bewegungsgleichung

$$\dot{\vec{v}} + \frac{\vec{v}}{\tau} = -\frac{e}{m}\vec{E} \tag{1}$$

beschrieben werden. Dabei bezeichnet m die Elektronenmasse, $-e$ die Elektronenladung und $\vec{v}/\tau$ einen Reibungsterm für Stöße des Elektrons. Weiterhin gelten die Maxwell-Gleichungen mit der Stromdichte $\vec{j} = -ne\vec{v}$, wobei n die Elektronendichte bezeichnet.

Nun sei der Halbraum $z > 0$ mit dem obigen Metall gefüllt. Eine ebene Welle

$$\vec{E} = \vec{e}_x E_0 \sin(kz - \omega t)$$

fällt aus Vakuum ($z < 0$) senkrecht auf die Grenzfläche zwischen Metall und Vakuum ein.

(a) Berechnen Sie den Reflexionskoeffizienten R der Grenzfläche in Abhängigkeit der Frequenz ω. Diskutieren Sie die Grenzfälle niedriger und hoher Frequenz.

(b) Bestimmen Sie den zeitgemittelten Maxwell'schen Spannungstensor T_{ij} der Welle für $z < 0$.

(c) Berechnen Sie den zeitgemittelten Strahlungsdruck p (die Kraft, die auf die Flächeneinheit der Grenzfläche wirkt).

Aufgabe 4: **Relativistische Bewegungsgleichung** (5+15=**20 Punkte**)

Betrachten Sie ein relativistisches Teilchen (Ladung e, Masse m) in zueinander senkrechten homogenen Feldern $\vec{E} = (0, E, 0)$ und $\vec{H} = (0, 0, H)$ (Inertialsystem K). Das Teilchen fliegt zur Zeit $t = 0$ von $x = y = z = 0$ in z-Richtung mit Impuls p_0 los.

(a) Das Bezugsystem K' bewegt sich relativ zum Bezugsystem K mit Geschwindigkeit $\vec{v}$. Bestimmen Sie $\vec{E}'$ und $\vec{H}'$ im Bezugsystem K'.

(b) Lösen Sie die relativistische Bewegungsgleichung und bestimmen Sie die Weltlinie des Teilchens $x(\tau)$, $y(\tau)$, $z(\tau)$, $t(\tau)$ in Abhängigkeit der Eigenzeit τ für $E > H$.

Hinweis: Betrachten Sie zuerst $x'(\tau)$, $y'(\tau)$, $z'(\tau)$, $t'(\tau)$ im Bezugsystem K', in dem das Magnetfeld verschwindet und transformieren Sie dann nach K zurück.

20 Bonuspunkte:

Bestimmen Sie die Weltlinie des Teilchens für $H > E$.