ÜBUNGEN ZUR THEORETISCHEN PHYSIK C — PROBEKLAUSUR

Prof. Dr. J. Kühn — Dienstag, 1.12.2009, 18:00-20:00 Uhr

Dr. S. Uccirati — Besprechung: Dienstag, 8.12.2009

Aufgabe 1: 2 Punkte

i) Gegeben sei das Potential $\phi(\vec{x}) = \alpha\,(x^2 + x\,y + y + z^3)$. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$.

ii) Was erhalten Sie (durch Rechnung oder Überlegung) für das Linienintegral

$$I = \int_C \mathrm{d}\vec{l} \cdot \vec{E},$$

wobei C der aus zwei geraden Strecken zusammengesetzte Weg von $(0,0,0)$ über $(0,1,1)$ nach $(1,1,1)$ ist.

Aufgabe 2: 2 Punkte

Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

$$\vec{\nabla} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \qquad \vec{\nabla} \times \begin{pmatrix} y \\ -x \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \triangle \vec{r}^2,$$

und für eine beliebige Funktion f

$$\vec{\nabla} \times \vec{F}$$

wobei $\vec{F} = \vec{\nabla} f(\vec{r}^2)$.

Aufgabe 3: 6 Punkte

i) Wie lautet die integrale Form des Gaußschen Gesetzes?

Bestimmen Sie mit Hilfe des Gaußschen Gesetzes

(a) das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ innerhalb und außerhalb einer geladenen, leitenden Kugel von Radius a und Gesamtladung Q. Voll Kugel

(b) das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ innerhalb und außerhalb einer homogen geladenen Kugel von Radius a und Gesamtladung Q.

ii) Bestimmen Sie mit Hilfe der differentiellen Form des Gaußschen Gesetzes die Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$, welche das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}) = E_0 \frac{\vec{r}}{r_0}\, \mathrm{e}^{-|\vec{r}|^2/r_0^2}$ erzeugt.

Aufgabe 4: 4 Punkte

i) Bestimmen Sie die Energiedichte $\mathcal{E}(\vec{x})$ des elektrischen Feldes, das von zwei Punktladungen q_1 und q_2, die sich am Punkt $\vec{x}_1$ bzw. $\vec{x}_2$ befinden, erzeugt wird. Welcher Anteil ist die Wechselwirkungsenergiedichte $\mathcal{E}_{WW}$, welcher Anteil die Selbstenergiedichte $\mathcal{E}_S$?

ii) Wie ändert sich die Wechselwirkungsenergie U_{WW} bei einer kleinen Verschiebung $d\vec{l}$ der Ladung q_1? (Rechnung oder Überlegung).

(bitte wenden)

ÜBUNGEN ZUR THEORETISCHEN PHYSIK C — PROBEKLAUSUR

Prof. Dr. J. Kühn
Dr. S. Uccirati

Dienstag, 1.12.2009, 18:00-20:00 Uhr
Besprechung: Dienstag, 8.12.2009

Aufgabe 5: — 4 Punkte

Die leitenden Wände eines hohlen Quaders seien definiert durch $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ und $x = a$, $y = b$, $z = c$. Die Seitenfläche $y = b$ wird auf dem Potential

$$v(x, z) = v_0 \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{3\pi}{c}z\right)$$

gehalten, die fünf anderen dagegen auf dem Potential Null.
Bestimmen Sie das Potential im Inneren des Kastens.

Aufgabe 6: — 5 Punkte

Ein elektrischer Punktdipol $\vec{p}$ befinde sich am Ort $\vec{r}_0 = (0, 0, a)$ vor einer unendlich ausgedehnten, geerdeten Metallplatte, welche in der Ebene $z = 0$ liegt.

i) Berechnen Sie das elektrische Potential im Raum vor der Platte. Überprüfen Sie, daß das Potential auf der Metallplatte verschwindet.

ii) Berechnen Sie die auf der Oberfläche der Platte induzierte Flächenladungsdichte. Skizzieren Sie den Verlauf der Flächenladungsdichte auf der x-Achse für die Spezialfälle $\vec{p} = p_0\,(1, 0, 0)$ und $\vec{p} = p_0\,(0, 0, 1)$.

Aufgabe 7: — 5 Punkte

Betrachten Sie das Potentialproblem im Halbraum $z \geq 0$ mit Dirichletscher Randbedingung auf der Ebene $z = 0$.

i) Geben Sie die zugehörige Greensche Funktion $G_D(\vec{r}, \vec{r}')$ an.

ii) Das Potential auf der Ebene $z = 0$ innerhalb eines Kreises um den Ursprung vom Radius a habe den festen Wert $\Phi = V$ und außerhalb dieses Kreises sei $\Phi = 0$. Es befinden sich keine Ladungen im Halbraum $z \geq 0$. Leiten Sie einen Integralausdruck für das Potential an einem Punkt P mit den Zylinderkoordinaten (ρ, ϕ, z) her. (Sie brauchen dieses Integral nicht zu berechnen).

iii) Zeigen Sie, daß das Potential entlang der Achse $\rho = 0$ durch

$$\Phi(0, \phi, z) = V \left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}}\right)$$

gegeben ist.