Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theorie
der Kondensierten Materie

Klassische Theoretische Physik III
Theorie C – Elektrodynamik: Zwischenklausur WS 12-13

Prof. Dr. Alexander Mirlin
Dr. Igor Gornyi

Bearbeitungszeit: 120 Minuten
Mi 12.12.2012, 17:30-19:30

Aufgabe 1: **Mathematische Grundlagen** (4+4+2+5=15 Punkte)

(a) Berechnen Sie

$$\vec{\nabla}_r \cdot \left(\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \right) \qquad \text{und} \qquad \vec{\nabla}_r \times \left(\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \right),$$

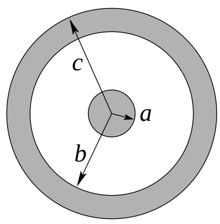
wobei $\vec{k}$ ein konstanter Vektor ist.

(b) Berechnen Sie die Integrale mit der Delta-Funktion:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\; x^2\; \delta(x-3) \qquad \text{und} \qquad \int_0^{\pi} d\theta\; \sin\theta\; \delta\Big(\sin\theta - \frac{1}{2}\Big).$$

Aufgabe 2: **Kugelkondensator** (12+3+9+6=30 Punkte)

Eine massive, metallische Kugel mit Radius a ist umschlossen von einer konzentrischen, dicken, metallischen Kugelschale, deren Innendurchmesser $2b$ und Außendurchmesser $2c$ sind (s. Skizze).



(a) Betrachten Sie zuerst den allgemeinen Fall mit beliebigen Ladungen Q_1 und Q_2 auf der Kugel bzw. der Schale. Ermitteln Sie die 2×2 Kapazitätsmatrix C_{ij} dieses Kugelkondensators explizit.

(b) Bestimmen Sie die Gesamtenergie des Kondensators mit den Ladungen Q_1 und Q_2.

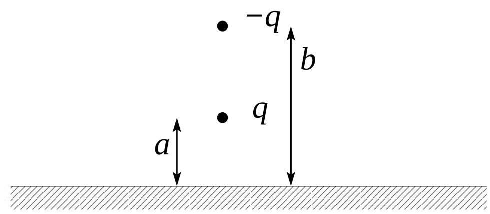
(c) Nun trägt die Kugel die Ladung Q_1 und die Schale sei ungeladen ($Q_2 = 0$). Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ und das Potential Φ im gesamten Raum, sowie die Oberflächenladungsdichte σ_a auf der Kugel sowie σ_b und σ_c auf der Schale.

(d) Nun wird die Kugelschale geerdet (die Kugel trägt wieder die Ladung Q_1). Wie verändern sich $\vec{E}$, Φ und die Oberflächenladungen?

Bitte wenden!

Aufgabe 3: **Zwei Ladungen** (7+7+10+6=30 Punkte)

Zwei Ladungen q und $-q$ befinden sich an den Punkten $\vec{r}_+ = (0,0,a)$ bzw. $\vec{r}_- = (0,0,b)$ in den Abständen $b > a > 0$ von einer geerdeten leitenden Ebene $z = 0$ (s. Abbildung).



(a) Finden Sie das Potential dieser Anordnung im gesamten Raum.

(b) Entwickeln Sie das Potential für große Abstände ($|\vec{r}| \gg b$) von der Ebene zur ersten nichtverschwindenden Ordnung.

(c) Berechnen Sie die auf der Ebene induzierte Flächenladungsdichte σ und die gesamte, auf der Ebene induzierte Ladung.

(d) Welche Kraft wirkt auf die Ebene?

Bonusaufgabe **(5+5=10 Bonuspunkte)**

Skizzieren Sie das Feldlinienbild für $b - a \ll a$ (d.h. mit dem Abstand der Punktladungen viel kleiner als a) und für $b \gg a$.

Aufgabe 4: **Helmholtz Spulen** (10+8+7=25 Punkte)

Durch zwei parallel in den Ebenen $z = -a$ bzw. $z = a$ angeordnete Metalldrahtringe mit Radius R fließt jeweils der Strom I_1 bzw. I_2 (s. Skizze).

(a) Berechnen Sie das magnetische Feld auf der z-Achse.

(b) Betrachten Sie nun den Grenzfall $a \gg R$. Berechnen Sie die Gegeninduktivität (Induktivitätskoeffizient M_{12}) der Spulen.

(c) Berechnen Sie für $a \gg R$ die Kraft, die notwendig ist, um die beiden Leiterschleifen entlang der z-Achse voneinander zu entfernen.