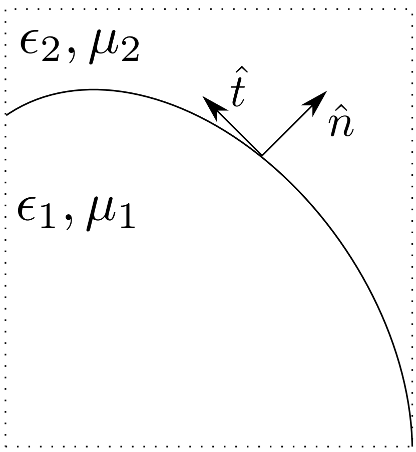
Klassische Theoretische Physik III (Theorie C)
Übungsklausur 2

Prof. Dr. Felix Kahlhöfer – Wintersemester 2023/2024

Ausgabe: 14.02.2024, Dauer: 120 mins
Veröffentlichung der Musterlösung: 21.02.2024

Aufgabe 1: Randbedingungen in Materie (2 P)

Betrachten Sie ein Material mit der Permittivität ϵ_1 und der Permeabilität μ_1, das mit einem Material mit Permittivität ϵ_2 und Permeabilität μ_2 in Kontakt steht.



1.a) Leiten Sie die Randbedingung für $\vec{D}_\perp = \hat{n}(\vec{D} \cdot \hat{n})$ in Abwesenheit freier Ladungen her.

1.b) Wie ändern sich die vorherigen Ergebnisse, wenn es freie Ladungen gibt?

1.c) Leiten Sie dir Randbedingung für $\vec{H}_\parallel = \vec{H} - \vec{H}_\perp$ in Abwesenheit freier Ströme her.

1.d) Wie ändern sich die vorherigen Ergebnisse, wenn es freie Ströme gibt?

Aufgabe 2: Vierer-Potential für bewegte Punktladung (4 P)

Betrachten Sie eine bewegte Punktladung mit dem Ortsvektor $\vec{r}_q(t)$ in einem Inertialsystem $\mathcal{I}$.

2.a) Geben Sie den Vierer-Vektor $x_q^\mu(t)$ an, welcher die Position der Punktladung in der Raumzeit charakterisiert, sowie die Vierer-Geschwindigkeit $u_q^\mu(t)$ in Abhängigkeit von $\vec{v}_q(t) = \dot{\vec{r}}_q$.

2.b) Betrachten Sie nun eine Messung bei $x^\mu = (t, \vec{r})$ und den Vierer-Abstandsvektor $R^\mu(t') = x^\mu - x_q^\mu(t')$. Zeigen Sie, dass eine elektromagnetische Welle, die von der Punktladung zum Zeitpunkt t' ausgesendet wird, genau dann bei x^μ gemessen wird, wenn $R^\mu(t')R_\mu(t') = 0$ gilt. Lösen Sie diese Gleichung für t' (mit der zusätzlichen Bedingung $R^0(t') > 0$, um Kausalität sicherzustellen).

2.c) Zeigen Sie, dass

$$u^\nu(t')R_\nu(t') = \gamma_q(t')c(1 - \hat{e}_q(t') \cdot \vec{\beta}_q(t'))|\vec{r} - \vec{r}_q(t')| \tag{1}$$

wobei $\hat{e}_q(t')$ wie folgt definiert ist:

$$\hat{e}_q(t') = \frac{\vec{r} - \vec{r}_q(t')}{|\vec{r} - \vec{r}_q(t')|} \,. \tag{2}$$

2.d) Betrachten Sie das Vierer-Potential

$$A^\mu(x^\mu) = \frac{\mu_0 qc}{4\pi} \frac{u_q^\mu(t')}{u_q^\nu(t')R_\nu(t')}\Bigg|_{R^\nu R_\nu = 0,\, R^0 > 0} \tag{3}$$

Welche Ausdrücke ergeben sich daraus für das Skalarpotential Φ und das Vektorpotential $\vec{A}$ in Abhängigkeit von $\hat{e}_q(t')$ und $\vec{\beta}_q(t')$?

2.e) Wie transformiert das Vierer-Potential unter einer Lorentztransformation Λ vom Inertialsystem $\mathcal{I}$ zum Intertialsystem $\mathcal{I}'$?

Aufgabe 3: Die reflektierte Welle (4 P)

Betrachten Sie eine elektromagnetische Welle, die in die z-Richtung propagiert. Die elektrische Feldkomponente dieser Welle ist

$$\vec{E}_{\text{in}} = E_0 e^{i(kz - \omega t)}\, \hat{\text{e}}_\text{x} \;\;. \tag{4}$$

Bei $z = 0$ trifft die elektromagnetische Welle auf einen perfekten Leiter mit unendlicher Leitfähigkeit. Durch die induzierte Oberflächenlasung entsteht eine zweite elektromagnetische Welle, die in die entgegengesetzte Richtung propagiert:

$$\vec{E}_{\text{ref}} = E_1 e^{i(-kz - \omega t + \phi)}\, \hat{\text{e}}_\text{x} \;\;. \tag{5}$$

3.a) Welche Randbedingung muss das elektrische Feld bei $z = 0$ erfüllen? Bestimmen Sie daraus die Amplitude E_1 und Phase ϕ der reflektierten Welle.

3.b) Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}_{tot}$, das aus der Überlagerung der einlaufenden und reflektierten Welle entsteht. Schreiben Sie $\vec{E}_{tot}$ in Form trigonometrischer Funktionen auf.

3.c) Skizzieren Sie $\text{Re}\left(\vec{E}_{tot}(z,t)\right)$ als Funktion von z (für $z < 0$) für zwei Zeitpunkte $t_1 \in (0, \frac{\pi}{\omega})$ und $t_2 \in (\frac{\pi}{\omega}, \frac{2\pi}{\omega})$.

3.d) Bestimmen Sie $\vec{B}_{tot}$, d.h. die Summe der eingehenden und reflektierten magnetischen Komponenten der elektromagnetischen Welle für $z < 0$. Ist auch für das magnetische Feld die Randbedingung bei $z = 0$ erfüllt?

Advertisement

We would like to take the chance to advertise the theater group of the physics department, you can find more information at `https://physikertheater.de/`.