Universität Karlsruhe — WS 2004/2005
Institut für Theoretische Teilchenphysik
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Dr. Robert Harlander, Dr. Jan Brinckmann — **27.10.04**
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre robert.harlander@cern.ch janbri@tkm.uni-karlsruhe.de

Übungsblatt Nr. 2 zur Theorie C für Lehramtskandidaten

$\boxed{1}$ **Flächenintegrale:**
Es soll der Fluß $\Phi = \iint_F \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot \mathrm{d}\mathbf{a} = \iint_F (\mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n})\, \mathrm{d}a$ eines Vektorfeldes $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ durch eine Fläche F berechnet werden.

a) F sei die Oberfläche eines Würfels, gegeben durch $(-\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2})\,,(-\frac{L}{2} \leq y \leq \frac{L}{2})\,,(-\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2})$. Berechnen Sie das Flächenintegral Φ für $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{r}$.

b) F sei die Oberfläche einer Kugel mit Radius R um den Ursprung.
Berechnen Sie Φ für $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{r}$. Geben Sie dazu Normalenvektor $\mathbf{n}$ und Flächenelement $\mathrm{d}a$ in Kugelkoordinaten an.

c) F sei die Oberfläche einer *Halb*kugel um den Ursprung mit $z > 0$ und Radius R.
Man berechne Φ für $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (2x, 2yz, -z^2)$.

d) Bestimmen Sie **a)**, **b)** und **c)** über den Gaußschen Satz.

$\boxed{2}$ **Gaußsches Gesetz:**

a) Berechnen Sie das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ einer homogen geladenen Kugel mit Radius R am Ursprung über das Gaußsche Gesetz für $r < R$ und $r > R$. Die Gesamtladung der Kugel sei Q.

b) Man berechne $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ in einem Kugelkondensator für die Bereiche $r < R_<$, $R_< < r < R_>$, $R_> < r$. Dieser besteht aus zwei Kugelschalen um den Urspung; die Schalen haben verschwindende Wandstärke und den Radius $R_<$ bzw. $R_> > R_<$. Die innere Schale trägt die Ladung q, die äußere $-q$.

c) Gegeben sei eine unendlich ausgedehnte, homogen geladene Platte der Stärke $2L$ in der y–z-Ebene. Die Ladungsdichte ist also $\rho(\mathbf{r}) = \rho_0\, \Theta(L - |x|)$. Man bestimme $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ über das Gaußsche Gesetz, für $|x| < L$ und $|x| > L$.

d) Finden Sie das zugehörige Potential $\phi(\mathbf{r})$ für das Problem **a)**.

$\boxed{3}$ **Maxwell-Gleichung:**
Das Feld kann auch durch Lösen der Maxwell-Gleichung $\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(\mathbf{r})$ bestimmt werden, wenn die Symmetrie des Problems im Lösungsansatz berücksichtigt wird. Die Lösung $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ muß überall stetig sein.

a) Lösen Sie die Maxwell-Gl. für die Platte $\boxed{2}$ **c)** für die Bereiche $x > L$ und $0 \leq x < L$. Finden Sie geeignete Randbedigungen, um die Integrationskonstanten zu eliminieren.

b) Überprüfen Sie $\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$ für Ihre Lösung.

$\boxed{4}$ **Poisson-Gleichung:**
Die Lösung der Poisson-Gleichung lautet $\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \mathrm{d}^3 r'$. Berechnen Sie damit das Potential $\phi(\mathbf{r})$ für $\mathbf{r} = z\mathbf{e}_z$ auf der z-Achse. Die Ladungsdichte sei $\rho(r, \varphi, z) = \rho_0\, \delta(r - R)\, \delta(z)$ in Zylinderkoordinaten (r, φ, z). ρ beschreibt einen geladenen Ring in der x-y-Ebene.

— Besprechung in den Übungsgruppen ab Dienstag, 2.11.04 —