Universität Karlsruhe WS 2004/2005
Institut für Theoretische Teilchenphysik
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Dr. Robert Harlander, Dr. Jan Brinckmann **17.11.04**
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre robert.harlander@cern.ch janbri@tkm.uni-karlsruhe.de

Übungsblatt Nr. 5 zur Theorie C für Lehramtskandidaten

1 Stokesscher Satz: $\displaystyle\oint_{\partial F} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = \int_F (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathrm{d}\mathbf{a}$

a) Gegeben ist das Vektorfeld $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\mathbf{B} \times \mathbf{r}$, $\mathbf{B} = B\,\mathbf{e}_z$, $B =$Konstante.
Berechnen Sie das Wegintegral $\displaystyle\oint_C \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot \mathrm{d}\mathbf{r}$ für
$C =$ Kreis mit Radius R um Ursprung in der x-y-Ebene;

b) $C =$ Quadrat mit Seitenlänge $2L$ und Schwerpunkt im Ursprung in der x-y-Ebene.
C soll stets in mathematisch positiver Richtung durchlaufen werden.

c) Berechnen Sie a) und b) über den Stokesschen Satz, mit:
$F =$ Fläche in der x-y-Ebene, so daß $\partial F = C$.
Was ist der Normalenvektor von F?

d) Berechnen Sie a) über den Stokesschen Satz mit
$F =$ obere Hälfte $(z > 0)$ der Kugeloberfläche mit Radius R um den Ursprung.

2 Magnetisches Dipolmoment: $\displaystyle\mathbf{m} = \frac{1}{2}\int (\mathbf{r} \times \mathbf{j}(\mathbf{r}))\,\mathrm{d}^3r$

Bestimmen Sie $\mathbf{m}$ für die folgenden Beispiele:

a) Eine geschlossene kreisförmige Leiterschleife mit Radius R in der x-y-Ebene, die vom Strom I durchflossen wird. Es gilt in Zylinderkoord.: $\mathbf{j}(r, \varphi, z) = \mathbf{e}_\varphi\, I\, \delta(z)\, \delta(r - R)$.

b) Eine geschlossene Leiterschleife in Form eines Quadrates der Seitenlänge $2L$ in der x-y-Ebene mit Schwerpunkt im Ursprung, das von I durchflossen wird. Für das rechts liegende Teilstück lautet die Stromdichte also: $\mathbf{j}_1(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_y\, I\, \delta(x - L)\, \delta(z)\, \Theta(L - |y|)$.

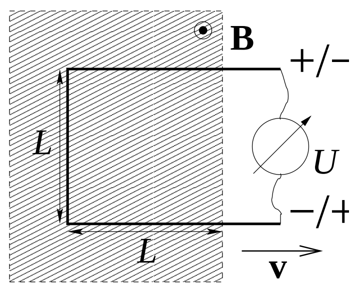
Überprüfen Sie jeweils, daß $|\mathbf{m}| = I\,F$ mit der von I umschlossenen Fläche F.

c) Eine homogen geladene Kugelschale mit Radius R um den Ursprung, die mit der Kreisfrequenz ω um die z-Achse rotiert. Die Ladung sei Q, es gilt also $\rho(\mathbf{r}) = \rho(r, \theta, \varphi) = \frac{Q}{4\pi R^2}\delta(r - R)$. Geben Sie zunächst die Stromdichte $\mathbf{j}(r, \theta, \varphi)$ an.

3 Induktionsgesetz: $\displaystyle U = \oint_{\partial F} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_F \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot \mathrm{d}\mathbf{a}$

Ein homogenes Magnetfeld $\mathbf{B}$ wirke in dem schraffierten Gebiet; $\mathbf{B}$ zeigt aus der Papierebene heraus. Eine Leiterschleife befindet sich in diesem Gebiet in der Papierebene.

a) Bestimmen Sie aus dem Induktionsgesetz die Richtung der induzierten Spannung U am Voltmeter, falls
(i) $\mathbf{B} =$ konst., aber die Schleife mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v}$ aus dem Feld gezogen wird;
(ii) die Schleife sich nicht bewegt, aber $|\mathbf{B}|$ mit der Zeit zunimmt.
Stimmt das Ergebnis mit der Lenzschen Regel überein?



b) Bestimmen Sie den Betrag von U für (i) mit $\mathbf{v} =$ konst. bzw. (ii) mit $|\mathbf{B}(t)| = B_0\,t$.

— Besprechung in den Übungsgruppen ab Dienstag, 23.11.04 —