Universität Karlsruhe WS 2004/2005
Institut für Theoretische Teilchenphysik
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Dr. Robert Harlander, Dr. Jan Brinckmann **08.12.04**
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre robert.harlander@cern.ch janbri@tkm.uni-karlsruhe.de

Übungsblatt Nr. 8 zur Theorie C für Lehramtskandidaten

1 Dipolstrahlung:
Die Potentiale eines Dipols in großer Entfernung von der Strahlungsquelle lauten

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\,\dot{\mathbf{p}}(t-\frac{r}{c}) \;\;,\;\; \phi(\mathbf{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c}\frac{1}{r^2}\,\mathbf{r}\cdot\dot{\mathbf{p}}(t-\frac{r}{c}) \;\;,\;\; r=|\mathbf{r}|$$

mit dem *zeitabhängigen* elektrischen Dipolmoment $\mathbf{p}(t')$, $t' = t - r/c$.

a) Gewinnen Sie daraus die Ausdrücke für $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ und $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$. Es brauchen dabei nur die Terme mitgenommen zu werden, die für $r \to \infty$ am langsamsten verschwinden (Fernfeld).

b) Bestimmen Sie

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi c}\frac{1}{r}\,(\ddot{\mathbf{p}}\times\mathbf{e}_r) \quad \text{und} \quad \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = c\,(\mathbf{B}\times\mathbf{e}_r)$$

für eine Ladung e, die auf der z-Achse zwischen $z=d$ und $z=-d$ mit $\sin(\omega_0\,t)$ oszilliert. Verwenden Sie Kugelkoordinaten (r,θ,φ) für den Beobachtungspunkt $\mathbf{r}$. Wie ist also das Strahlungsfeld $\mathbf{B},\mathbf{E}$ nach Betrag, Richtung, Polarisation beschaffen, insbesondere bei $\theta=0$ und $\theta=\pi/2$?

c) Wiederholen Sie b) für eine Ladung e am Ursprung, die von einer zweiten Ladung $-e$ in der x-y-Ebene umkreist wird. Der Radius der Kreisbahn ist R, die Umlauffrequenz ω_0.

d) Wiederholen Sie b) für eine Kugelschale mit Radius R um den Ursprung, die um die z-Achse mit ω_0 rotiert. Die obere und die untere Hälfte der Kugelschale sind gegensätzlich homogen geladen, mit der Ladung Q bzw. $-Q$.
[Eine gute Begründung kann ggf. eine Rechnung ersetzen.]

e) Man berechne den Poynting-Vektor $\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ für den Fall b).
[Zeigen Sie zunächst, daß $\mathbf{S} = \frac{c}{\mu_0}|\mathbf{B}|^2\,\mathbf{e}_r$.]
Wie hängt $|\mathbf{S}|$ von θ,φ ab?

f) Berechnen Sie die gesamte Leistung $I(t)$, die durch eine Kugeloberfläche vom Radius R um den Dipol abgestrahlt wird, sowie das Zeitmittel $\overline{I} = \frac{\omega_0}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega_0} I(t)\,dt$. Wie hängt $\overline{I}$ von ω_0 und R ab? Wie ist die R-Abhängigkeit zu verstehen? Wo kommt die abgestrahlte Energie her?

— Besprechung in den Übungsgruppen ab Dienstag, 14.12.04 —