

Übungsblatt Nr. 10 zur Theorie C für Lehramtskandidaten

1 Zeitdilatation:

In einem Inertialsystem K befindet sich am Ursprung eine Blitzlampe, auf der y -Achse bei $y = d$ ein Detektor. Zur Zeit $t = 0$ wird ein Blitz ausgesandt, der zur Zeit $t = T$ detektiert wird.

- Ein Bezugssystem K' bewegt sich relativ zu K entlang der x -Achse mit der Geschwindigkeit v . Bestimmen Sie auf geometrischem Wege die in K' gemessene Zeit T' zwischen Blitz und Ansprechen des Detektors. Nehmen Sie dabei an, daß in K und in K' die Lichtgeschwindigkeit c dieselbe ist.
- Reproduzieren Sie das Ergebnis aus a), indem Sie die Lorentztransformation (siehe unten bei 3.) auf die Ereignisse $(x_1, t_1) = (0, 0)$ (Blitz) und $(x_2, t_2) = (0, T)$ (Detektor) anwenden.
- μ -Mesonen werden durch kosmische Strahlung in einer Höhe $h = 10\text{km}$ über der Erdoberfläche erzeugt und bewegen sich dann mit fast Lichtgeschwindigkeit in Richtung Erdoberfläche; es sei $\gamma = 100$. In dem Bezugssystem, in dem das Meson ruht, zerfällt es nach $T = 2 \cdot 10^{-6}\text{sec}$.
Wie weit kommt das Meson, bevor es zerfällt, (i) relativistisch, (ii) nichtrelativistisch? Kann es auf der Oberfläche nachgewiesen werden?

2 Längenkontraktion:

In einem Inertialsystem K befindet sich ein Stab der Länge L auf der x -Achse. In K' , das sich relativ zu K gleichförmig mit v entlang der x -Achse bewegt, wird eine Länge L' gemessen, indem zwei Beobachter bei $x' = 0$ und $x' = L'$ das *gleichzeitige* Eintreffen von Lichtstrahlen melden, die von den Enden des Stabes ausgingen.

- Bestimmen Sie L' , indem Sie die Lorentztransformation auf die Ereignisse $(x_1, t_1) = (0, 0)$ und $(x_2, t_2) = (L, t)$ anwenden, unter der Bedingung $t'_2 - t'_1 = 0$.
- Beispiele: In einem Teilchenbeschleuniger werden Teilchenpakete mit nahezu Lichtgeschwindigkeit, $\gamma = 100$, gleichförmig bewegt. Im Detektor wird für die Länge der Pakete 2mm gemessen. Wie lang ist ein Paket für einen mitbewegten Beobachter?

Wie schnell muß Ihr Bruder (oder Schwester, Cousine, ...) fahren, um aus Ihrer Sicht die Limousine der Länge $L = 7.50\text{m}$ in die 5m lange Garage zu bekommen?

3 Lorentztransformation:

Die Transformation der Koordinaten von einem Inertialsystem K in ein System K' , das sich relativ zu K mit v entlang der gemeinsamen x -Achse bewegt, lautet

$$x' = \gamma(x - vt) \quad , \quad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Zeigen Sie, daß die zusammengesetzte Transformation von K in ein System K'' , das sich relativ zu K' mit v' bewegt, dieselbe Form hat, mit der Geschwindigkeit $v'' = \frac{v + v'}{1 + vv'/c^2}$.