UNIVERSITÄT KARLSRUHE

INSTITUT FÜR THEORIE DER KONDENSIERTEN MATERIE

Übungen zur Theoretischen Physik C WS 05/06

PROF. M. VOJTA

DR. M. GREITER

Blatt 1

Besprechung 08.11.05

---

1. Nabla-Operator (8 Punkte)

(a) Berechnen Sie

$$\nabla|\vec{r}|\,, \quad \nabla\cdot\vec{r}\,, \quad \nabla\times\vec{r}\,.$$

(1 Punkt)

(b) Berechnen Sie

$$\nabla f(|\vec{r}|)\,, \quad \nabla\times\left(f(|\vec{r}|)\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}\right)\,,$$

wobei f eine beliebige Funktion ist.
(2 Punkte)

(c) Überzeugen Sie sich durch Einsetzen einiger Wertequadrupel für (i,j,l,m) von der Formel

$$\sum_k \epsilon_{ijk}\,\epsilon_{klm} = \delta_{il}\,\delta_{jm} - \delta_{im}\,\delta_{jl}$$

(0 Punkte)

(d) Es seien $\vec{v}(\vec{r})$, $\vec{w}(\vec{r})$ stetig differenzierbare Vektorfelder. Zeigen Sie unter Verwendung von (c), daß die folgenden Rechenregeln gelten:

$$\nabla\cdot(\vec{v}\times\vec{w}) = \vec{w}\cdot(\nabla\times\vec{v}) - \vec{v}\cdot(\nabla\times\vec{w})$$

$$\nabla\times(\vec{v}\times\vec{w}) = \vec{v}(\nabla\cdot\vec{w}) - \vec{w}(\nabla\cdot\vec{v}) + (\vec{w}\cdot\nabla)\vec{v} - (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{w}$$

$$\nabla\cdot(\nabla\times\vec{v}) = 0$$

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{v}) = \nabla(\nabla\cdot\vec{v}) - \nabla^2\vec{v}$$

(4 Punkte)

(e) Schreiben Sie die in Aufgabenteil (d) angegebenen Formeln mit Hilfe der Differentialoperatoren div, grad und rot.
(1 Punkt)

2. Gaußscher Satz (4 Punkte)

Berechnen Sie – zunächst direkt und dann mit Hilfe des Gaußschen Satzes – das Oberflächenintegral

$$\int_{S_R} \mathrm{d}\vec{S} \cdot \vec{a}(\vec{x}),$$

wobei S_R die Kugel um den Ursprung mit Radius R bezeichnet, für die Vektorfelder

(a) $\vec{a}(\vec{x}) = \vec{x}/|\vec{x}|^2$ (b) $\vec{a}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 2z \\ x \\ 3y \end{pmatrix}$

Das griechische Alphabet:

A	α	Alpha
B	β	Beta
Γ	γ	Gamma
Δ	δ	Delta
E	ϵ, ε	Epsilon
Z	ζ	Zeta
H	η	Eta
Θ	θ, ϑ	Theta
I	ι	Iota
K	κ	Kappa
Λ	λ	Lambda
M	μ	My

N	ν	Ny
Ξ	ξ	Xi
O	o	Omikron
Π	π	Pi
P	ρ, ϱ	Rho
Σ	σ, ς	Sigma
T	τ	Tau
Y, Υ	υ	Ypsilon
Φ	ϕ, φ	Phi
X	χ	Chi
Ψ	ψ	Psi
Ω	ω	Omega