Universität Karlsruhe

Institut für Theorie der Kondensierten Materie

Übungen zur Theoretischen Physik C WS 05/06

Prof. M. Vojta
Dr. M. Greiter

Blatt 10
Besprechung 24.01.06

---

1. Elektromagnetische Wellen in anisotropen Medien (6 Punkte)

Wir betrachten ein nichtmagnetisches Medium ohne freie Ladungen. Das Medium sei anisotrop, so daß die Dielektrizitätskonstante ϵ_r durch einen Dielektrizitätstensor $\overleftrightarrow{\epsilon_r}$ ersetzt wird. $\overleftrightarrow{\epsilon_r}$ ist eine hermitesche Matrix, so daß ein rechtwinkliges Koordinatensystem existiert, in dem $\overleftrightarrow{\epsilon_r}$ Diagonalgestalt hat,

$$\overleftrightarrow{\epsilon_r} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} ,$$

mit reellen Eigenwerten ϵ_1, ϵ_2, ϵ_3. Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß $\epsilon_1 = \epsilon_2 \neq \epsilon_3$ (einachsiges Medium).

(a) Wir machen den Ansatz, daß die elektrischen und magnetischen Felder die Form einer ebenen Welle haben,

$$\vec{E}(t,\vec{x}) = \vec{E}_0 \exp\Big(\mathrm{i}\,(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)\Big) , \qquad \vec{B}(t,\vec{x}) = \vec{B}_0 \exp\Big(\mathrm{i}\,(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)\Big) .$$

Die Wellengleichung kann dann als Matrixgleichung geschrieben werden: $M(\vec{k})\,\vec{E}_0 = 0$. Bestimmen Sie die Matrix $M(\vec{k})$.
(3 Punkte)

(b) Berechnen Sie die möglichen Phasengeschwindigkeiten sowie die zugehörigen elektrischen Polarisationsvektoren $\vec{E}_0$ für eine Welle mit Wellenvektor

$$\vec{k} = k \begin{pmatrix} 0 \\ \sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix} ,$$

für die Fälle $\theta = 0$ und $\theta = \pi/2$.
(3 Punkte)

2. Reflexion an einer Grenzschicht (6 Punkte)

Eine ebene, linear polarisierte elektrische Welle fällt aus einem optisch dichteren Medium kommend (Brechungsindex n_1) mit Einfallswinkel θ_1 auf ein optisch dünneres Medium mit Brechungsindex $n_2 < n_1$. Die Grenzfläche zwischen den Medien sei eben. Beide Medien haben dieselbe Permeabilität μ_r. Außerdem soll für die einfallende elektromagnetische Welle gelten, dass die Komponente des elektrischen Feldes in der Einfallsebene $E_\parallel$ vom Betrag her gleich der Komponente senkrecht zur Einfallsebene $E_\perp$ ist, $E_\parallel = E_\perp$.

(a) Berechnen Sie für den Bereich von Totalreflexion die Phasenverschiebung zwischen der Komponente des reflektierten $\vec{E}$-Feldes senkrecht zur Einfallsebene und der Komponente in der Einfallsebene in Abhängigkeit vom Einfallswinkel und vom Verhältnis n_2/n_1.
(3 Punkte)

Hinweis: Verwenden Sie die Fresnelschen Formeln

$$a_\perp^r = \frac{1-\nu\xi}{1+\nu\xi}, \quad a_\parallel^r = \frac{\nu-\xi}{\nu+\xi}, \quad \text{wobei} \quad \nu = \sqrt{\frac{\mu_1\epsilon_2}{\mu_2\epsilon_1}}, \quad \xi \equiv \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}$$

sowie die Tatsache, dass ξ im Falle der Totalreflexion rein imaginär wird.

(b) Wie muss bei gegebenen Medien der Einfallwinkel gewählt werden, damit die reflektierte Welle zirkular polarisiert ist?
(2 Punkte)

(c) Was ist der maximale Wert von n_2/n_1, für den die reflektierte Welle zirkular polarisiert sein kann?
(1 Punkt)