ÜBUNGEN ZUR THEORETISCHEN PHYSIK C — BLATT 1

Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik)
Dr. S. Uccirati (Theoretische Teilchenphysik)

Abgabe: Montag, 26.10.2009, 9:30 Uhr
Besprechung: Dienstag, 27.10.2009

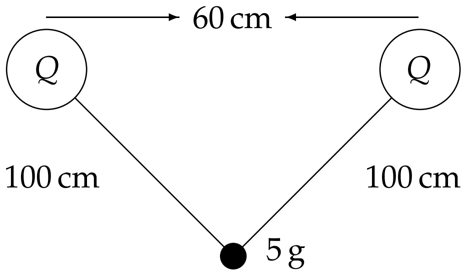
Name: ....

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

☐ Gruppe 1 Bierweiler Anastasia	☐ Gruppe 7 Husnik Martin	☐ Gruppe 13 Rogal Mikhail
☐ Gruppe 2 Davidkov Momchil	☐ Gruppe 8 Kleine Jonas	☐ Gruppe 14 Rzehak Heidi
☐ Gruppe 3 Gansel Justyna	☐ Gruppe 9 Marquard Peter	☐ Gruppe 15 Schnitter Karsten
☐ Gruppe 4 Gerhard Lukas	☐ Gruppe 10 Prausa Mario	☐ Gruppe 16 Wayand Stefan
☐ Gruppe 5 v.Hodenberg Janine	☐ Gruppe 11 Redlof Martin	
☐ Gruppe 6 Hofer Lars	☐ Gruppe 12 Rittinger Jörg	

Aufgabe 1: Coulombkraft zwischen zwei Ladungen — 2 Punkte

An zwei gleichartig geladenen, mit Helium gefüllten Ballons hängt an 100 cm langen Fäden die Masse 5 g. Die Ballons schweben im Gleichgewicht (siehe Abbildung).



Wie groß ist die Ladung Q der Ballons, wenn der Abstand zwischen den Ballons 60 cm beträgt?

Aufgabe 2: Tensoren und Linienintegrale — 3 Punkte

i) Gegeben sei eine antisymmetrische 3×3 Matrix *1P*

$$M(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 0 & x_3 & -x_2 \\ -x_3 & 0 & x_1 \\ x_2 & -x_1 & 0 \end{pmatrix},$$

die sich unter Drehungen wie ein Tensor 2. Stufe verhält. Verifizieren Sie folgenden Zusammenhang:

(bitte wenden)

$$M(\vec{x}\,') = D\,M(\vec{x})\,D^T, \qquad \vec{x}\,' = D\,\vec{x},$$

wobei D eine beliebige Drehmatrix ist. Verifizieren Sie, daß die Multiplikation der Matrix $M(\vec{x})$ mit einem beliebigen Vektor $\vec{v}$ das Kreuzprodukt der beiden Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{x}$ ergibt, also $M(\vec{x})\vec{v} = \vec{v} \times \vec{x}$.

ii) Gegeben sei das Potential *1P*

$$\phi(\vec{x}) = \alpha x_1^2 + \beta x_1 x_2 + \gamma x_3.$$

Zeigen Sie, daß sich $\vec{\nabla}\phi$ wie ein Vektor unter Drehungen verhält.

iii) Berechnen Sie explizit das Linienintegral *1P*

$$\int_{\mathcal{C}} d\vec{x}\;\vec{\nabla}\phi \qquad \text{zu den Wegen } \mathcal{C} \qquad \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t \\ \sin t \\ \cos t \end{pmatrix}, \quad 0 \le t \le \pi; \qquad \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} t, \quad 0 \le t \le 1.$$

Aufgabe 3: Gleichmäßig geladene Kugeloberfläche — 2 Punkte

Die Ladungsflächendichte einer gleichmäßig geladenen Kugeloberfläche mit Radius R beträgt

$$\rho(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi R^2}\,\delta\left(|\vec{r}| - R\right),$$

wobei die δ-Funktion $\delta(x)$ durch

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, f(x)\,\delta(x - x_0) = f(x_0), \qquad \int_{-\infty}^{\infty} dx\,\delta(x) = 1,$$

definiert ist. Berechnen Sie das Potential und die elektrische Feldstärke explizit ohne Benutzung des Gaußschen Theorems (Hinweis: Integration über die Ladungsflächendichte mit Hilfe von Kugelkoordinaten).

Aufgabe 4: Rotationssymmetrische Ladungsverteilung — 2 Punkte

Berechnen Sie das elektrische Feld einer unendlich langen zylindersymmetrischen Ladungsverteilung mit der Ladungsdichte

$$\rho(r) = \rho_0 \left[1 - \left(\frac{r}{a}\right)^n\right] \theta(a - r),$$

wobei r der Abstand von der Zylinderachse und $\theta(x)$ die Stufenfunktion ist:

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x \le 0 \end{cases}$$