

Name:

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

- | | | |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> Gruppe 1
Bierweiler Anastasia | <input type="checkbox"/> Gruppe 7
Husnik Martin | <input type="checkbox"/> Gruppe 13
Rogal Mikhail |
| <input type="checkbox"/> Gruppe 2
Davidkov Momchil | <input type="checkbox"/> Gruppe 8
Kleine Jonas | <input type="checkbox"/> Gruppe 14
Rzehak Heidi |
| <input type="checkbox"/> Gruppe 3
Gansel Justyna | <input type="checkbox"/> Gruppe 9
Marquard Peter | <input type="checkbox"/> Gruppe 15
Schnitter Karsten |
| <input type="checkbox"/> Gruppe 4
Gerhard Lukas | <input type="checkbox"/> Gruppe 10
Prausa Mario | <input type="checkbox"/> Gruppe 16
Wayand Stefan |
| <input type="checkbox"/> Gruppe 5
v.Hodenberg Janine | <input type="checkbox"/> Gruppe 11
Redlof Martin | |
| <input type="checkbox"/> Gruppe 6
Hofer Lars | <input type="checkbox"/> Gruppe 12
Rittinger Jörg | |

Aufgabe 1: Cavendish Experiment

11 Punkte

Das elektrostatische Potential im Inneren einer geladenen leitenden Kugel ist konstant, das elektrische Feld verschwindet. Dies ist eine einzigartige Eigenschaft des Coulombfeldes, die sich im Gaußschen Gesetz ausdrückt. Eine Abweichung vom Coulombgesetz führt auf ein endliches Feld im Inneren der Kugel.

Nachdem 1705 das erste Elektroskop mit Strohhalmen von Hawksbee erfunden wurde, verifizierte Cavendish 1772 das Coulombgesetz mit folgendem Nullexperiment: Er nahm zwei konzentrische Metallkugeln, verbunden durch einen elektrischen Kontakt und lud die äußere mit statischer Ladung auf. Nach Entfernung des Kontaktes entlud und entfernte er die äußere Kugel, maß die Ladung auf der Innenkugel mittels einem Elektrometer und fand null.

Man betrachte im folgenden die beiden Potentiale (einer Punktladung q)

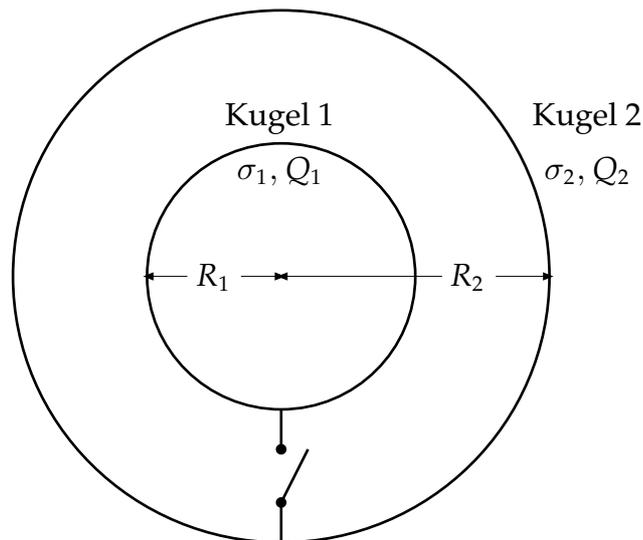
(a)
$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k^\epsilon} \frac{q}{r^{1-\epsilon}},$$

(b)
$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} e^{-\mu r},$$

die im Grenzübergang $\epsilon, \mu \rightarrow 0$ in das $1/r$ -Potential des Coulombgesetzes übergehen. k ist eine dimensionsbehaftete Konstante. Das erste Potential entspricht einem Abfall mit

(bitte wenden)

einer von -1 verschiedenen Potenz, letzteres einem Yukawa-Potential, das für die elektromagnetische Wechselwirkung im Falle einer endlicher Photonmasse von der Proca-Gleichung vorhergesagt wird.



- i) Berechne für diese beiden Potentiale die totale elektrostatische Energie des Systems für beliebige Flächenladungsdichten σ_1, σ_2 . Die Gesamtenergie setzt sich aus den beiden Selbstenergien der einzelnen Kugeln und der Wechselwirkungsenergie zusammen: 5P

$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1,2} E_{ij},$$

(a)
$$E_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k^\epsilon} \int_{\text{Kugel } i} d^2r_1 \int_{\text{Kugel } j} d^2r_2 \frac{\sigma_i \sigma_j}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^{1-\epsilon}},$$

(b)
$$E_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{Kugel } i} d^2r_1 \int_{\text{Kugel } j} d^2r_2 \frac{\sigma_i \sigma_j}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} e^{-\mu|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}.$$

Aus Symmetriegründen sind die Flächenladungsdichten $\sigma_i = Q_i / (4\pi R_i^2)$ auf jeder der Kugeln homogen.

(bitte wenden)

Hinweis: Es ergibt sich

$$(a) \quad E_{\text{ges}} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0 k^\epsilon} \frac{1}{1+\epsilon} \left\{ \frac{Q_1^2}{R_1} (2R_1)^\epsilon + \frac{Q_2^2}{R_2} (2R_2)^\epsilon + \frac{Q_1 Q_2}{R_1 R_2} \left[(R_1 + R_2)^{1+\epsilon} - (R_2 - R_1)^{1+\epsilon} \right] \right\}$$

$$(b) \quad E_{\text{ges}} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0 \mu} \left\{ \frac{Q_1^2}{2R_1^2} (1 - e^{-2\mu R_1}) + \frac{Q_2^2}{2R_2^2} (1 - e^{-2\mu R_2}) + \frac{Q_1 Q_2}{R_1 R_2} \left[e^{-\mu(R_2 - R_1)} - e^{-\mu(R_1 + R_2)} \right] \right\}$$

- ii) Bestimme die Ladung Q_1 der inneren Kugel. Dazu minimiere man die Gesamtenergie des Systems unter der Nebenbedingung, daß die Gesamtladung Q erhalten bleibt: 2P

$$\frac{d}{dQ_1} E_{\text{ges}} = 0 \quad \text{mit} \quad Q_2 = Q - Q_1.$$

- iii) Berechne den führenden Term in der Entwicklung von Q_1 im Limes $\epsilon, \mu \rightarrow 0$. Welches Vorzeichen hat die Ladung auf der inneren Kugel Q_1 ? Interpretiere das Ergebnis. 2P

- iv) Anhand der experimentellen Angaben schätze man ab, mit welcher Präzision Cavendish eine Abweichung vom Coulombfeld in ϵ und μ messen konnte. Man bestimme daraus eine obere Schranke für die Photonenmasses $m = \mu h / (2\pi c)$. 2P

Die Radien der Kugeln sind $R_1 = 15 \text{ cm}$ und $R_2 = 30 \text{ cm}$. Die Ladung auf der äußeren Kugel kann man aus der maximal möglichen Feldstärke, der Durchschlagsfeldstärke $E_{\text{max}} = 10^5 \text{ V/m}$ bestimmen. Die gerade noch nachweisbare Ladung ergibt sich aus der Ansprechspannung 100 V und der Kapazität 50 pF des Elektrometers.