Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik)
Dr. S. Uccirati (Theoretische Teilchenphysik)

Abgabe: Montag, 23.11.2009, 9:30 Uhr
Besprechung: Dienstag, 24.11.2009

Name: ....

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

☐ Gruppe 1 Bierweiler Anastasia	☐ Gruppe 7 Husnik Martin	☐ Gruppe 13 Rogal Mikhail
☐ Gruppe 2 Davidkov Momchil	☐ Gruppe 8 Kleine Jonas	☐ Gruppe 14 Rzehak Heidi
☐ Gruppe 3 Gansel Justyna	☐ Gruppe 9 Marquard Peter	☐ Gruppe 15 Schnitter Karsten
☐ Gruppe 4 Gerhard Lukas	☐ Gruppe 10 Prausa Mario	☐ Gruppe 16 Wayand Stefan
☐ Gruppe 5 v.Hodenberg Janine	☐ Gruppe 11 Redlof Martin	
☐ Gruppe 6 Hofer Lars	☐ Gruppe 12 Rittinger Jörg	

Aus aktuellem Anlass nochmals der Hinweis:

Lösungen müssen handschriftlich erstellt werden.

Aufgabe 1: Potential einer Ebene auf verschiedenen Potentialen 4 Punkte

Betrachten Sie die unendlich ausgedehnte, leitende Ebene z = 0 (xy-Ebene). Auf der Halbebene $x > 0$ liege das konstante Potential V, auf der Halbebene $x < 0$ das konstante Potential $-V$ an. Benutzen Sie die Dirichletsche Greensche Funktion

$$G_D(\vec{r}, \vec{r}\,') = \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}}$$

um das Potential im ladungsfreien Halbraum $z > 0$ zu berechnen. Überprüfen Sie, daß im Grenzfall $z \to 0$ für $x > 0$ bzw. $x < 0$ die richtigen Werte für das Potential herauskommen.

Aufgabe 2: Spiegelladung eines elektrischen Dipols 4 Punkte

Ein punktförmiger Dipol $\vec{d} = q\vec{\delta}$ befinde sich in beliebiger Orientierung vor einer geerdeten Metallkugel mit Radius a. Bestimmen Sie das elektrostatische Potential im ganzen Raum außerhalb der Kugel aus dem Resultat für zwei getrennte Punktladungen. Nehmen Sie dazu an, dass sich eine Punktladung $-q$ am Ort $\vec{r}\,'$ und eine zweite Punktladung

(bitte wenden)

$+q$ am Ort $\vec{r}' + \vec{\delta}$ befinde. Führen Sie den Grenzübergang $|\vec{\delta}| \to 0$ aus, indem Sie das Potential bis zur führenden nicht-verschwindenden Ordnung in $|\vec{\delta}|$ entwickeln. Entspricht die Spiegelladungs-Verteilung ebenfalls einem Punktdipol?
Hinweis: Verwenden Sie hierzu das in der Vorlesung hergeleitete Potential, das von einer geerdeten Metallkugel mit Radius a und einer Punktladung Q erzeugt wird:

$$\phi(\vec{x}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|} - \frac{a}{x'|\vec{x} - \frac{a^2}{x'^2}\vec{x}'|}\right],$$

wobei $\vec{x}'$ die Position von Q ist.

Aufgabe 3: Elektrostatisches Potential im Inneren eines Würfels 4 Punkte

Gegeben sei ein Würfel mit der Kantenlänge a. Die Seitenflächen befinden sich auf Potential Null bis auf die Deckfläche bei $z = a$ mit Potential $v(x, y)$ und die Seitenfläche bei $x = a$ mit Potential $u(y, z)$. Wie in der Vorlesung besprochen, kann man dieses Problem mittels Separation der Variablen und Fourier-Entwicklung lösen. Bestimmen Sie das Potential im Inneren des Kastens für die Randbedingung

$$v(x, y) = v_0 \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{a}y\right), \qquad u(y, z) = u_0 y(a-y)z(a-z).$$

Hinweis: Die Lösung des Problems lässt sich als Superposition der Lösungen für $v(x, y) = 0, u(y, z) \neq 0$ und $v(x, y) \neq 0, u(y, z) = 0$ schreiben.