Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik)
Dr. S. Uccirati (Theoretische Teilchenphysik)

Abgabe: Montag, 25.1.2010, 9:30 Uhr
Besprechung: Dienstag, 26.1.2010

Name: ..........................................................

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

| | | |
|---|---|---|
| ☐ Gruppe 1 Bierweiler Anastasia | ☐ Gruppe 7 Husnik Martin | ☐ Gruppe 13 Rogal Mikhail |
| ☐ Gruppe 2 Davidkov Momchil | ☐ Gruppe 8 Kleine Jonas | ☐ Gruppe 14 Rzehak Heidi |
| ☐ Gruppe 3 Gansel Justyna | ☐ Gruppe 9 Marquard Peter | ☐ Gruppe 15 Schnitter Karsten |
| ☐ Gruppe 4 Gerhard Lukas | ☐ Gruppe 10 Prausa Mario | ☐ Gruppe 16 Wayand Stefan |
| ☐ Gruppe 5 v.Hodenberg Janine | ☐ Gruppe 11 Redlof Martin | |
| ☐ Gruppe 6 Hofer Lars | ☐ Gruppe 12 Rittinger Jörg | |

## *Aufgabe 1: Bewegter Draht* — 4 Punkte

Ein unendlich langer, gerader Draht mit vernachlässigbarem Querschnitt befinde sich in einem Inertialsystem $S$ in Ruhe und trage die homogene Linienladungsdichte $\lambda$. Das System $S$ bewege sich gegenüber einem Laborsystem $S'$ mit der Geschwindigkeit $v$ parallel zur Achse des Drahtes.

*i)* Bestimmen Sie die Ladungsdichte $\rho$ und Stromdichte $\vec{j}$ im Ruhesystem des Drahtes und berechnen Sie daraus die Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$. *1P*

*ii)* Berechnen Sie die Größen $\rho'$, $\vec{j}\,'$, $\vec{E}\,'$ und $\vec{B}\,'$ im Laborsystem unter Verwendung der Lorentztransformation. *2P*

*iii)* Berechnen Sie die Felder $\vec{E}\,'$ und $\vec{B}\,'$ direkt aus der Ladungsdichte $\rho'$ und Stromdichte $\vec{j}\,'$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit ($ii$). *1P*

## *Aufgabe 2: Wellen in einem Hohlleiter* — 4 Punkte

In einem idealen Hohlleiter breite sich in die $z$-Richtung eine elektromagnetische Welle aus:

$$\vec{E}(\vec{x},t) = \vec{E}_0(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t)}, \qquad \vec{B}(\vec{x},t) = \vec{B}_0(x,y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t)}$$

(bitte wenden)

Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik)
Dr. S. Uccirati (Theoretische Teilchenphysik)
Abgabe: Montag, 25.1.2010, 9:30 Uhr
Besprechung: Dienstag, 26.1.2010

Betrachten Sie die Zerlegung der Felder in Anteile senkrecht und parallel zur Oberfläche des Hohlleiters:

$$\vec{E} = \vec{E}_T + E_z \vec{e}_z, \qquad \vec{B} = \vec{B}_T + B_z \vec{e}_z,$$

*i)* Beweisen Sie, dass die Maxwell-Gleichungen im Vakuum sich schreiben lassen durch: *2P*

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}_T \cdot \vec{E}_T &= -\,i\,k\,E_z, & \vec{\nabla}_T \cdot \vec{B}_T &= -\,i\,k\,B_z, \\ \vec{e}_z \cdot (\vec{\nabla}_T \times \vec{E}_T) &= i\,\omega\,B_z, & \vec{e}_z \cdot (\vec{\nabla}_T \times \vec{B}_T) &= -\,i\,\frac{\omega}{c^2}\,E_z, \\ i\,k\,\vec{E}_T + i\,\omega\,\vec{e}_z \times \vec{B}_T &= \vec{\nabla}_T E_z, & i\,k\,\vec{B}_T - i\,\frac{\omega}{c^2}\,\vec{e}_z \times \vec{E}_T &= \vec{\nabla}_T B_z, \end{aligned}$$

wobei $\vec{\nabla}_T$ durch $\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_T + \vec{e}_z \partial_z$ definiert ist.

*ii)* Berechnen Sie aus diesen Gleichungen die Transversalkomponenten $\vec{E}_T$ und $\vec{B}_T$ als Funktionen der Longitudinalkomponenten $E_z$ und $B_z$. *2P*

## *Aufgabe 3: Hohlleiter aus zwei koaxialen Zylindern* 4 Punkte

Gegeben sei ein Hohlleiter, der aus zwei koaxialen Zylindern eines ideal leitenden Materials besteht. Betrachten Sie nun die Ausbreitung von transversal elektromagnetischen (TEM) Wellen.
Verwenden Sie die Zerlegung der Felder in Zylindderkoordinaten:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\rho, \phi) \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz - \omega t)}, \qquad \vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0(\rho, \phi) \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz - \omega t)}$$

und bestimmen Sie die Felder und die Dispersionsrelation $\omega(k)$ unter Verwendung der Maxwell-Gleichungen (von Aufgabe 2) sowie der Randbedingungen.