

Klassische Theoretische Physik III - Elektrodynamik
WS10/11

Übungsblatt 6 - 32 Punkte

Abgabe bis Freitag, 26.11.10

Aufgabe 1 *Lecher-Leitung* (10 Punkte)

Zwei lange kreiszylindrische Leiter mit den Radien a_1 und a_2 seien parallel angeordnet. d sei der Abstand der beiden Zylinderachsen zueinander. Zeigen Sie, dass für $d \gg a_1$ und $d \gg a_2$ die Kapazität C pro Länge l dieses Systems im Vakuum näherungsweise durch

$$\frac{C}{l} \simeq \left[\frac{1}{\pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{d}{a} \right) \right]^{-1}$$

gegeben ist, wenn a das geometrische Mittel der beiden Radien a_1 und a_2 ist.

Hinweis: Für $d \gg a_1$ und $d \gg a_2$ kann vernachlässigt werden, dass die Zylinderoberflächen eigentlich keine Äquipotentialflächen sind.

Aufgabe 2 *Konzept der Spiegelladungen II* (10 Punkte)

Eine Punktladung q befinde sich in der Nähe der Schnittlinie zweier geerdeter Ebenen, welche sich jeweils unter den Winkeln $\alpha = 90^\circ$, 60° und 45° schneiden. Betrachten Sie in den Teilaufgaben immer alle drei Fälle:

- Skizzieren Sie die Anordnung für die drei genannten Fälle. Betrachten Sie insbesondere die Folge von Punkten, die sie erhalten, wenn Sie die Position der Punktladung an den Ebenen spiegeln, diese Spiegelbilder an der jeweils anderen Ebene der Anordnung spiegeln, und nun mit den so erlangten Spiegelbildern erneut auf diese Weise verfahren, usw. . Geben Sie eine Dekoration dieser Positionen mit geeigneten Ladungen an, so dass die Randbedingungen erfüllt sind.
(4 Punkte)
- Berechnen Sie das zugehörige elektrische Feld $\vec{E}(x, y, z)$.
(4 Punkte)
- Für welche Winkel α funktioniert das in a) beschriebene Verfahren?
(2 Punkte)

Hinweis: Legen Sie den Ursprung des Koordinatensystems auf die Schnittlinie der Ebenen.

Aufgabe 3 *Elektrostatistische Abschirmung* (12 Punkte)

Nehmen Sie an, das Potential einer Punktladung Q im Ursprung sei durch ein modifiziertes Coulomb-Potential der Form

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} e^{-Kr} \quad \text{mit} \quad K \geq 0 \quad \text{und} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

gegeben, wobei $K = 0$ das bekannte Coulomb-Gesetz ergibt.

- a) Bestimmen Sie die zu diesem modifizierten Coulomb-Gesetz gehörende modifizierte Poisson-Gleichung. Hinweis: Wenden Sie den Laplace-Operator auf ϕ an und bringen Sie das Ergebnis auf die Form $\hat{D} \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$. \hat{D} ist ein Differentialoperator und ρ die zugehörige Ladungsdichte. (4 Punkte)
- b) Welches Experiment schlagen Sie vor, um mit Hilfe einer zusätzlichen Testladung q ein nicht verschwindendes K nachzuweisen? (3 Punkte)
- c) Untermauern Sie Ihren Vorschlag aus b) indem Sie mit Hilfe von a) und der 2. Green'schen Identität die Wirkung von Q auf q für dieses Experiment herleiten. (5 Punkte)

Bemerkung: Elektrostatistische Abschirmeffekte kommen in den verschiedensten phsikalischen Systemen wie ionisierten Gasen und Leitungselektronen in Halbmetallen und Metallen vor. Eine quantenmechanische Variante der sogenannten abgeschirmten Poisson-Gleichung aus a) tritt im Rahmen der Yukawa-Theorie der Mesonen auf.

VIEL ERFOLG!!!