Karlsruher Institut für Technologie (KIT) WS 2010/2011
Institut für Theoretische Festkörperphysik
Prof. Dr. K. Busch, Dr. R. Frank 03.12.2010
http://photonics.tfp.uni-karlsruhe.de/teaching kurt@tfp.uni-karlsruhe.de rfrank@tfp.uni-karlsruhe.de

Klassische Theoretische Physik III - Elektrodynamik
WS10/11

Übungsblatt 8 - 28 Punkte
Abgabe bis Freitag, 10.12.10

Aufgabe 1 *Helmholtz-Spulen* **(10 Punkte)**

Zwei parallele kreisförmige Leiterschleifen werden beide vom Strom I in gleicher Richtung durchflossen. Die Schleifen liegen parallel zur (x, y)-Ebene, haben beide den Radius R und ihre Mittelpunkte liegen bei $(x, y, z) = (0, 0, b)$ und $(0, 0, -b)$.

a) Bestimmen Sie das Vektorpotential dieser Anordnung als Superposition der Vektorpotentiale der einzelnen Leiterschleifen.
(4 Punkte)

b) Entwickeln Sie das Vektorpotential in der Nähe des Koordinatenursprungs bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\rho^3, \rho z^2)$. Welche Beziehung muss zwischen dem Radius R und dem Abstand $D = 2b$ der Kreise gelten, damit das Magnetfeld in diesem Bereich möglichst homogen wird?
(6 Punkte)

Aufgabe 2 *Dipol im externen Magnetfeld* **(6 Punkte)**

Ein kleiner Permanentmagnet (Dipolmomemt $\vec{m}$) ist bei $\vec{d} = d\,\hat{e}_x$ so gelagert, dass er sich innerhalb der (x, y)-Ebene frei drehen kann. Auf den Magnet wirkt ein homogenes Magnetfeld $\vec{B}_0 = B_0\,\hat{e}_x$.

a) In welche Richtung zeigt $\vec{m}$ im Gleichgewicht, d.h was ist also die Ruhelage des Systems?
(3 Punkte)

b) In welche Richtung zeigt $\vec{m}$ im Gleichgewicht, wenn es zusätzlich noch einen Draht mit der Stromdichte $\vec{j} = I\,\delta(x)\,\delta(y)\,\hat{e}_z$ gibt.
(3 Punkte)

Aufgabe 3 *Homogen magnetisierte Kugel* **(12 Punkte)**

Zu einer homogen magnetisierten Kugel (Radius R) mit gegebener Magnetfeldstärke B_0 im Innenraum gehört im Außenraum ein Dipolförmiges Magnetfeld:

$$\vec{B} = \begin{cases} B_0 \hat{e}_z & r < R \\ \frac{3\vec{r}(\vec{r}\cdot\vec{m}) - \vec{m}r^2}{r^5} & r > R \end{cases}$$

Dabei ist $\vec{m} = m\hat{e}_z$ das noch unbekannte Dipolmoment. In den Bereichen $r < R$ und $r > R$ gelten jeweils $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ und $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$. Als Erzeuger des Feldes kommen daher nur Ströme auf der Oberfläche in Frage, die wegen der Zylindersymmetrie des Problems folgende Form haben:

$$\vec{j} = \frac{I(\theta)}{\pi R} \delta(r - R) \hat{e}_\phi$$

Bestimmen Sie den Strom $I(\theta)$ und das magnetische Dipolmoment m. Leiten Sie dazu aus den Feldgleichungen unter Verwendung geeigneter Integrationswege folgende Bedingungen an der Kugeloberfläche ab:

$$B_r^{>}(R) - B_r^{<}(R) = 0$$

$$B_\theta^{>}(R) - B_\theta^{<}(R) = \frac{I(\theta)}{\pi R}$$

wobei $\vec{B} = B_r \hat{e}_r + B_\theta \hat{e}_\theta + B_\phi \hat{e}_\phi$.

VIEL ERFOLG!!!