Karlsruher Institut für Technologie (KIT) WS 2010/2011
Institut für Theoretische Festkörperphysik
Prof. Dr. K. Busch, Dr. R. Frank 21.01.2011
http://photonics.tfp.uni-karlsruhe.de/teaching kurt@tfp.uni-karlsruhe.de rfrank@tfp.uni-karlsruhe.de

Klassische Theoretische Physik III - Elektrodynamik
WS10/11

Übungsblatt 11 - 24 Punkte
Abgabe bis Freitag, 28.01.2011

Aufgabe 1 *Eindimensionale Wellengleichung* **(8 Punkte)**

Eine Funktion $u(x,t)$ soll die eindimensionale Wellengleichung

$$\left(\frac{1}{c^2}\,\partial_t^2 - \partial_x^2\right) u(x,t) = 0$$

mit den Anfangsbedingungen

$$u(x,0) \equiv a(x) = N \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$
$$\frac{1}{c}\,\partial_t u(x,t)|_{t=0} \equiv b(x) = -\frac{N}{\sigma^2}\,x\,\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

erfüllen. Dabei sind $a(x)$ und $b(x)$ vorgegebene Funktionen.

a) Bestimen Sie die Normierungskonstante N aus der Bedingung

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx\,|u(x,t)|^2 = 1.$$

(2 Punkte)

b) Bestimmen Sie $u(x,0)$ mit Hilfe des Ansatzes

$$u(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{2\pi}\,\left(A(k)\,e^{i(kx+\omega t)} + B(k)\,e^{i(kx-\omega t)}\right).$$

(4 Punkte)

c) Geben Sie mit Hilfe der Ergebnisse aus a) und b) die volle Zeitentwicklung $u(x,t)$ an.
(2 Punkte)

Hinweis: Benutzen Sie die Ergebnisse des vorangegangenen Übungsblatts (Übungsblatt Nr. 10) und beachten Sie ggf. die unterschiedliche Handhabung des “berühmten Faktors 2 π” sowie der Vorzeichenkonvention des Exponentialfaktors bei der Fouriertransformation.

Aufgabe 2 *Reflexion ebener Wellen an einer metallischen Wand* **(8 Punkte)**

Betrachten Sie eine ebene Welle $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0\, e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ welche auf eine ideal leitende ebene metallische Wand mit Normalenvektor $\hat{n}$ einfällt. Dann lautet die reflektierte Welle $\vec{E}'(\vec{r},t) = \vec{E}_0'\, e^{i(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t)}$.

a) Drücken Sie Parameter $\vec{k}'$ und $\vec{E}_0'$ der reflektierten Welle durch $\hat{n}$, $\vec{k}$ und $\vec{E}_0$ aus.
(4 Punkte)

b) Betrachten Sie nun den Spezialfall einer Welle, die senkrecht zum Spiegel (= der metallischen Wand) einfällt. Berechnen Sie die Energiedichte und die Energiestromdichte der stehenden Gesamtwelle. Was ergibt sich im zeitlichen Mittel?
(4 Punkte)

Aufgabe 3 *Wellen im Hohlleiter* **(8 Punkte)**

Berechnen Sie die Energietransportgeschwindigkeit

$$v_E = \frac{|\langle\vec{S}\rangle|}{\langle w\rangle}$$

für die TE-Welle eines rechteckigen Hohlleiters ($a > b$) mit $(n,m) = (1,0)$. Dabei bezeichnet $\langle f(x,y,t)\rangle$ die räumliche und zeitliche Mittelung der Funktion $f(x,y,t)$ über die Querschnittsfläche des Hohlleiters und eine Periode der Oszillation.
Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit den zugehörigen Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten.
(8 Punkte)

VIEL ERFOLG!!!