ÜBUNGEN ZUR THEORETISCHEN PHYSIK C FÜR LEHRAMTSKANDIDATEN / MODERNE THEORETISCHE PHYSIK FÜR METEOROLOGEN UND GEOPHYSIKER

BLATT 1

Prof. Dr. F.R. Klinkhamer; Dr. S.Thambyahpillai
Institut für Theoretische Physik

Abgabe: 27. 10. 10
Besprechung: 29. 10. 10

Name: ............................................................

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

☐ Gruppe 1
Wolfgang Hollik

☐ Gruppe 2
Ramona Gröber

*

*Aufgabe 1: Inkompressible Flüssigkeit* 4

Der Fluß einer inkompressiblen Flüssigkeit um einen Zylinder mit Radius $R$ wird beschrieben durch das Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}$ (wobei $\rho^2 := x^2 + y^2 > R^2$ gilt)

$$v_x = v_0(1 - \frac{R^2}{\rho^2}) + 2v_0\frac{y^2R^2}{\rho^4}\,, \quad v_y = -2v_0\frac{xyR^2}{\rho^4}\,, \quad v_z = 0.$$

*i)* Zeigen Sie, daß $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ gilt. Was bedeutet das physikalisch? *1P*

*ii)* Zeigen Sie, daß $\nabla \times \vec{v} = 0$ gilt. Was bedeutet das physikalisch? *1P*

*iii)* Aus $ii)$ folgt daß $\vec{v} = \nabla\psi$, d.h. die durch $\vec{v}$ beschriebene Strömung ist eine sogenannte Potentialströmung. Versuchen Sie, $\psi$ zu finden. (Hinweis: versuchen Sie, $\psi$ aus einer Komponente der obigen Vektorgleichung zu bestimmen, z. B. aus $v_x = \partial_x\psi$; das so gefundene $\psi$ muß die zweite Gleichung $v_y = \partial_y\psi$ wegen der Integrabilitätsbedingung $\nabla \times \vec{v} = 0$ automatisch erfüllen, wenn allfällige Integrationskonstanten richtig gewählt werden.) *2P*

Was muß für $\Delta\psi$ gelten?

*Aufgabe 2: Satz von Gauß und Stokes* 2

Gegeben ist das Vektorfeld

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} xy \\ 2yz \\ 3xz \end{pmatrix}$$

*20. Oktober 2010 18:36 Uhr

(bitte wenden)

*i)* Überprüfen Sie den Satz von Gauß für den Würfel mit den Eckpunkten (0,0,0), (2,0,0), (0,2,0), (2,2,0), (0,0,2), (2,0,2), (0,2,2), (2,2,2). *1P*

*ii)* Überprüfen Sie den Satz von Stokes für das Dreieck mit den Eckpunkten (0,0,0), (0,2,0), (0,0,2). *1P*

### *Aufgabe 3: Laplace-Gleichung* 3

Bestimmen Sie die allgemeinste Lösung der Laplace-Gleichung $\Delta\Phi = 0$ mit der Zusatzforderung

*i)* $\Phi(\vec{x}) = \Phi(r)\,, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ *1P*

*ii)* $\Phi(\vec{x}) = \Phi(\rho)\,, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ *1P*

*iii)* $\Phi(\vec{x}) = \Phi(x)$ *1P*

Geben Sie in jedem Fall eine Lösung an, die in $\vec{x} = 0$ regulär ist und, soweit möglich, eine Lösung, die im Unendlichen verschwindet (die triviale Lösung $\Phi \equiv 0$ gilt nicht).

### *Aufgabe 4: Nabla-Operator in Kugelkoordinaten* 3

Leiten Sie die Form von $\nabla$ und $\Delta = \nabla^2$ in Kugelkoordinaten her. Hierbei soll der Vektoroperator $\nabla$ in der Orthonormalbasis $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi\}$ der Kugelkoordinaten ausgedrückt werden (beachten Sie, daß die Ableitungen dieser Basisvektoren im Allgemeinen nicht verschwinden).