ÜBUNGEN ZUR THEORETISCHEN PHYSIK C FÜR LEHRAMTSKANDIDATEN / MODERNE THEORETISCHE PHYSIK FÜR METEOROLOGEN UND GEOPHYSIKER

BLATT 2

Prof. Dr. F.R. Klinkhamer; Dr. S.Thambyahpillai
Institut für Theoretische Physik

Abgabe: 03. 11. 10
Besprechung: 05. 11. 10

Name: ....

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

☐ Gruppe 1
Wolfgang Hollik

☐ Gruppe 2
Ramona Gröber

*

Aufgabe 1: Wasserstoffatom 2

Das Wasserstoffatom im Grundzustand wird durch folgende Ladungsdichte beschrieben: Die Kernladung ist punktförmig im Ursprung konzentriert,

$$\rho_{\mathrm{k}} = \frac{e}{4\pi r^2}\delta(r)$$

und die mittlere Elektronenladungsdichte ist durch

$$\rho_{\mathrm{e}} = -\frac{e}{\pi a^3}\mathrm{e}^{-\frac{2r}{a}}$$

gegeben, wobei a der Bohr'sche Radius ist.

i) Berechnen Sie unter Verwendung des Gauß'schen Satzes die elektrische Feldstärke und das Potential der Ladungsverteilung $\rho = \rho_{\mathrm{k}} + \rho_{\mathrm{e}}$. *1P*

ii) Diskutieren Sie die Grenzfälle $r \ll a$ und $r \gg a$. *1P*

Aufgabe 2: Flächenladung 2

Eine unendlich ausgedehnte Ebene sei mit der homogenen Flächenladung (Ladung pro Flächeneinheit) $\rho_{\mathrm{F}} = \text{const}$ belegt. Berechnen Sie die Feldstärke und das Potential.

*22. Oktober 2010 15:02 Uhr

(bitte wenden)

Aufgabe 3: Linearer Quadrupol	3

Ein linearer elektrischer Quadrupol bestehe aus drei Punktladungen, die entlang der z-Achse angeordnet sind: die Ladung q an der Position $(0, 0, a)$, die Ladung $-2q$ an der Position $(0, 0, 0)$ und die Ladung q an der Position $(0, 0, -a)$.

i) Berechnen Sie das Potential für sehr große Abstände $r := |\vec{x}| \gg a$ in führender Ordnung in a. *2P*

ii) Berechnen Sie die zum in i) berechneten Quadrupol-Potential gehörende Feldstärke in den beiden Orthonormalbasen $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$ und $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi\}$. *1P*

Aufgabe 4: Potential auf der Kugeloberfläche	5

Auf der Oberfläche einer Kugel mit Radius R sei das Potential $U(\theta, \varphi)$ vorgegeben.
Das Potential im Innenraum $r < R$ (Außenraum $r > R$) kann in der Form

$$\Phi(r, \theta, \varphi) = \frac{R|R^2 - r^2|}{4\pi} \int d\Omega' \frac{U(\theta', \varphi')}{(r^2 + R^2 - 2rR\cos\alpha)^{3/2}}$$

dargestellt werden, wenn der Innenraum (Außenraum) der Kugel ladungsfrei ist. Hierbei ist $\cos\alpha = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\varphi - \varphi')$ und $d\Omega' = \sin\theta' d\theta' d\varphi'$.

i) Zeigen Sie, daß das Potential für $r < R$ in die äquivalente Form *2P*

$$\Phi(r, \theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} C_{lm} \left(\frac{r}{R}\right)^l Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

übergeführt werden kann, wobei

$$C_{lm} = \int d\Omega' Y^*_{lm}(\theta', \varphi') U(\theta', \varphi')$$

ii) Wie lautet das entsprechende Resultat für das Potential außerhalb der Kugeloberfläche? *1P*

iii) Benützen Sie die obige Formel (und das entsprechende Resultat außerhalb der Kugeloberfläche), um die Potentiale inner- und außerhalb der Kugeloberfläche für die vorgegebenen Potentiale $U_1 = \cos\theta$ und $U_2 = \sin 2\theta \sin\varphi$ auf der Kugeloberfläche zu berechnen. *2P*