ÜBUNGEN ZUR THEORETISCHEN PHYSIK C FÜR LEHRAMTSKANDIDATEN / MODERNE THEORETISCHE PHYSIK FÜR METEOROLOGEN UND GEOPHYSIKER

BLATT 4

Prof. Dr. F.R. Klinkhamer; Dr. S.Thambyahpillai
Institut für Theoretische Physik

Abgabe: 17. 11. 10
Besprechung: 19. 11. 10

Name: ....

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

☐ Gruppe 1
Wolfgang Hollik

☐ Gruppe 2
Ramona Gröber

*

Aufgabe 1: Idealer Leiter und Supraleiter 5

i) In einem idealen Leiter können sich die Leitungselektronen frei bewegen. Wir nehmen an, daß in einem solchen idealen Leiter ein elektrisches Feld $\vec{E}(\vec{x})$ bestehe. Stellen Sie mit Hilfe der Bewegungsgleichung für die Leitungselektronen einen Zusammenhang zwischen der Stromdichte $\vec{j}(\vec{x})$ und dem elektrischen Feld her. Zeigen Sie, daß die Größe *1P*

$$\nabla \times \vec{j} + \frac{n_s e^2}{mc}\vec{B}\,,$$

zeitunabhängig ist. Hierbei ist n_s die Elektronendichte und m die Elektronmasse.

ii) Ein Supraleiter ist ein idealer Leiter, in dem zusätzlich die Londonsche Gleichung *2P*

$$\nabla \times \vec{j} + \frac{n_s e^2}{mc}\vec{B} = 0\,,$$

gilt. Zeigen Sie, daß dann auch die Gleichungen

$$\Delta\vec{B} = \frac{1}{\Lambda^2}\vec{B}\,, \qquad \Delta\vec{j} = \frac{1}{\Lambda^2}\vec{j}\,,$$

gelten und bestimmen Sie Λ. [Die typische Größenordung für Λ ist 10^{-5} cm.]

*5. November 2010 11:24 Uhr

(bitte wenden)

iii) Ein Supraleiter verdrängt Magnetfelder aus seinem Inneren (Meissner-Effekt). Dies wollen wir anhand eines einfachen Beispiels nachvollziehen. Der Supraleiter fülle den Halbraum $z \leq 0$ aus, darüber befinde sich Vakuum. Im Bereich $z > 0$ sei ein konstantes Magnetfeld $\vec{B}$ vorhanden. Berechnen Sie das Magnetfeld im Supraleiter. [Hinweis: Zerlegen Sie das Feld in eine Komponente senkrecht und eine parallel zur Oberfläche, also $\vec{B} = B_z\vec{e}_z + \vec{B}_{\|}$. Benutzen Sie dann die Maxwellgleichungen und die Londongleichung, um B_z und $B_{\|}$ im Supraleiter zu bestimmen.] *2P*

Aufgabe 2: Vektorpotential 4

Gegeben sei das Vektorpotential einer Spule mit Radius a,

$$\text{innen:} \quad x^2 + y^2 < a^2\,, \quad \vec{A} = b(-y, 0, 0),$$

$$\text{außen:} \quad x^2 + y^2 > a^2\,, \quad \vec{A} = b\frac{a^2}{2(x^2+y^2)}(-y, x, 0) - \frac{b}{2}(y, x, 0),$$

(wobei b eine Konstante ist). Berechnen Sie $\vec{B} = \nabla\times\vec{A}$. Das Potential $\vec{A}$ ist nicht eindeutig bestimmt und läßt sich „umeichen" mit der Transformation $\vec{A} \to \vec{A}_i = \vec{A} + \nabla\chi_i$. Diese „Eichtransformation" läßt das Feld $\vec{B}$ invariant. Geben Sie Eichfunktionen χ_1 und χ_2 an, die das Vektorpotential innen auf die Form $\vec{A}_1 = (b/2)(-y, x, 0)$ bzw. $\vec{A}_2 = b(x - y, 0, 0)$ bringen. Wie lauten $\vec{A}_1$ und $\vec{A}_2$ außerhalb der Spule? Welche Vektorpotentiale erfüllen die Coulomb-Eichung $\nabla \cdot \vec{A} = 0$?

Aufgabe 3: Magnetisierter Zylinder 3

Ein langer Zylinder mit Radius R und Längsachse entlang der z-Achse hat eine Magnetisierung $\vec{M} = m\rho^2\vec{e}_\varphi$, wobei m eine Konstante, ρ der Abstand von der z-Achse und $\vec{e}_\varphi = (-\sin\varphi, \cos\varphi, 0)$ ist.
Finden Sie den Magnetisierungsstrom. [Hinweis: Die Magnetisierungsstromdichte ist allgemein gegeben durch $\vec{j}_M = c\nabla \times \vec{M}$, und lautet speziell in Zylinderkoordinaten

$$\vec{j}_M = c(\vec{e}_\rho\partial_\rho + (1/\rho)\vec{e}_\varphi\partial_\varphi + \vec{e}_z\partial_z) \times \vec{M}.]$$

Finden Sie die magnetische Flußdichte $\vec{B}$ sowie das (makroskopische) magnetische Feld $\vec{H}$ innerhalb und außerhalb des Zylinders. [Aus Symmetriegründen wird daher die magnetische Flußdichte nur in Richtung $\vec{e}_\varphi$ zeigen und nur von ρ abhängen, $\vec{B} = B(\rho)\vec{e}_\varphi$.]