

Name:

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

- Gruppe 1
Ramona Gröber
- Gruppe 2
Wolfgang Hollik

*

Aufgabe 1: Elektron in elektromagnetischer Welle

2

Auf ein anfänglich (zur Zeit $t \rightarrow -\infty$) ruhendes Elektron fällt eine elektromagnetische Welle ein, die durch die Potentiale

$$\vec{A} = (0, A(x - ct), 0), \quad \Phi = 0,$$

mit einer beliebigen, für $|s| \rightarrow \infty$ verschwindenden Funktion $A(s)$ beschrieben wird (wobei kartesische Koordinaten $\vec{r} = (x, y, z)$ benützt werden).

Überprüfen Sie die Coulomb-Eichbedingung und die Wellengleichung und berechnen Sie die Feldstärken \vec{E} und \vec{B} . [Die Wellengleichung in dieser Eichung lautet $\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \vec{A} = \frac{1}{c} \nabla \partial_t \Phi$.]

Aufgabe 2: Zeitdilatation und Längenkontraktion

4

- i) Im Ursprung des Inertialsystems K befinde sich eine ruhende Uhr. Zu zwei Zeitangaben gehören die Ereignisse $(0, \vec{0})$ und $(cT, \vec{0})$. Welche Zeitdifferenz wird im Inertialsystem K' gemessen, welches sich relativ zu K mit der Geschwindigkeit $(v, 0, 0)$ bewegt? 2P
- ii) Im Inertialsystem K befinde sich ein ruhender Stab der Länge L . Seine Endpunkte beschreiben die Weltlinien $(ct, 0, 0, 0)$ und $(ct, L, 0, 0)$. Welche Länge mißt man im Inertialsystem K' ? 2P

Auf ein Teilchen mit der Ruhemasse m wirke eine konstante Kraft F_0 in x -Richtung.

i) Lösen Sie die relativistische Bewegungsgleichung

2P

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) = F_0,$$

wobei $\vec{v} = (v, 0, 0)$ (benützen Sie die Abkürzung $g = F_0/m$). Finden Sie $x(t)$ und $v(t) = dx(t)/dt$ mit den Anfangswerten $x(0) = 0, v(0) = 0$. Wie lauten $x(t)$ und $v(t)$ in führender Ordnung bezüglich c^{-1} ? Können Sie das Ergebnis interpretieren? Hinweis: Integrieren Sie beide Seiten, und schreiben Sie v als Funktion von g und t . Integrieren Sie $v(g, t)$, um $x(g, t)$ zu erhalten.

ii) Berechnen Sie den Zusammenhang zwischen t und der Eigenzeit $\tau = \tau(t)$. Geben Sie x und v als Funktion der Eigenzeit τ an. Hinweis: Denken Sie daran, daß $\tau = s/c$ und

2P

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 = c^2 dt^2 - v^2 dt^2 = \frac{c^2 dt^2}{1 + g^2 t^2 / c^2},$$

ist.

iii) Bestimmen Sie die Vierergeschwindigkeit $u^\mu(\tau) = \partial_\tau x^\mu(\tau) = \partial_\tau(ct(\tau), x(\tau))$ und Viererbeschleunigung $a^\mu(\tau) = \partial_\tau u^\mu(\tau)$ des Teilchens. Berechnen Sie die Beschleunigung, die ein mitbewegter Beobachter im System des Teilchens spürt. Hinweis: Finden Sie $\beta(\tau)$ und $\gamma(\tau)$, und setzen Sie diese in die Lorentztransformation

2P

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix},$$

ein.