ÜBUNGEN ZUR THEORETISCHEN PHYSIK C FÜR LEHRAMTSKANDIDATEN / MODERNE THEORETISCHE PHYSIK FÜR METEOROLOGEN UND GEOPHYSIKER

BLATT 11

Prof. Dr. F.R. Klinkhamer; Dr. S.Thambyahpillai
Institut für Theoretische Physik

Abgabe: 19. 01. 11
Besprechung: 21. 01. 11

Name: ....

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

☐ Gruppe 1
Wolfgang Hollik

☐ Gruppe 2
Ramona Gröber

*

Aufgabe 1: Potentialtopf: gebundene Zustände — 8

i) Wir betrachten wieder den Potentialtopf aus Aufgabe 3, Blatt 10: *2P*

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 < 0 & \text{falls } 0 < x \leq b\,, \\ 0 & \text{sonst}\,, \end{cases}$$

und zwar speziell den Fall $0 \geq E \geq -V_0$. In den Bereichen, in denen die Wellenzahl k_i imaginär wird, schreiben wir: $k_i = i\kappa_i$ ($\kappa_i \geq 0$). Schreiben Sie die Wellenfunktion eines stationären Zustandes für die drei Bereiche konstanten Potentials nochmals mit diesen Bezeichnungen auf und nennen Sie die Anschlußbedingungen für die Wellenfunktion $\psi(x)$.

ii) Divergente Wellenfunktionen sind nicht akzeptabel. Was muß daher für die Koeffizienten in der Wellenfunktion im Bereich $x > b$ gelten? *2P*

Bis auf Normierung und Phase liegt damit die Wellenfunktion im Bereich $x > b$ eindeutig fest. Finden Sie mit Hilfe der Transfermatrizen aus Aufgabe 3 ii) [Blatt 10] die Form der Wellenfunktion im Bereich $x < 0$.

* 14. Januar 2011 14:03 Uhr

(bitte wenden)

iii) Welche zusätzliche Bedingung muß im Bereich $x < 0$ für eine physikalisch akzeptable Wellenfunktion gelten? Leiten Sie hieraus eine Bedingung für die erlaubten Energiewerte her. Bringen Sie die Bedingung auf die Form: *4P*

$$k_2 \sim \cos(k_2 b/2) \text{ oder } k_2 \sim \sin(k_2 b/2)\,,$$

wobei k_2 die Wellenzahl im Bereich des Potentialtopfes ist.
Hinweis: Beweisen Sie, daß $\frac{i\kappa+k_2}{i\kappa-k_2} = \pm e^{ik_2 b}$. Finden Sie die Beziehung zwischen k_2 und κ, und dann ersetzen Sie κ^2 mit $k_0^2 = \kappa^2 + k_2^2 = \frac{2mV_0}{\hbar^2}$.

Aufgabe 2: Atomare Skalen 2

Aus den Naturkonstanten $\hbar$, e (Elementarladung, $e > 0$) und m_e (Elektronmasse) läßt sich eine Größe a_0 der Dimension Länge gewinnen,

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e\, e^2}\,,$$

(in SI-Einheiten). Geben Sie den Wert von a_0 in m und Ångström an. Machen Sie die Schrödingergleichung für ein Elektron in einem Potential $V(x)$ mit Hilfe der Länge a_0 dimensionslos. Die sich ergebenden Vorfaktoren von $i\mathrm{d}/\mathrm{d}t$ und $V(x)$ definieren eine charakteristische Zeit- bzw. Energieskala. Geben Sie deren Werte in Sekunden bzw. eV an.

Aufgabe 3: Wahrscheinlichkeiten 2

In der Milchstraße gibt es ca. $N = 10^{11}$ Sterne. Wir machen die folgenden frei erfundenen Annahmen: Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Stern einen Planeten hat, ist $p_1 = 0,01$. Die Wahrscheinlichkeit, daß auf einem Planeten lebensfreundliche Bedingungen herrschen, ist $p_2 = 0,01$. Die Wahrscheinlichkeit, daß sich auf einem lebensfreundlichen Planeten tatsächlich Leben entwickelt, ist $p_3 = 0,01$. Der Einfachheit halber nehmen wir weiter an, daß es keine Sonnensysteme mit mehr als einem Planeten gibt.

i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß es in einem zufällig ausgewählten Sonnensystem Leben gibt? *1P*

ii) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß es in der Milchstraße auf mindestens einem Planeten Leben gibt? (Hinweis: Betrachten Sie die negierte Aussage.) *1P*