Übungen zur Theoretischen Physik C für Lehramtskandidaten / Moderne Theoretische Physik für Meteorologen und Geophysiker

Blatt 12

Prof. Dr. F.R. Klinkhamer; Dr. S.Thambyahpillai
Institut für Theoretische Physik

Abgabe: 26. 01. 11
Besprechung: 28. 01. 11

Name: ....

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

☐ Gruppe 1
Wolfgang Hollik

☐ Gruppe 2
Ramona Gröber

*

Aufgabe 1: Unschärfe in der klassischen Mechanik 4

Wir betrachten ein Punktteilchen der Masse m, das sich gemäß den Gesetzen der klassischen Mechanik in einer Dimension frei bewegt. Zur Zeit $t = 0$ seien Ort und Impuls des Teilchens aufgrund einer ungenauen Messung nicht genau bekannt. Die Wahrscheinlichkeitsdichte für Ort und Impuls habe die Form $f(x,p) = g(x)h(p)$. Die Wahrscheinlichkeit, daß der Ort des Teilchens zur Zeit $t = 0$ im Intervall $[x_1, x_2]$ liegt, ist also $\int_{x_1}^{x_2} \mathrm{d}x\, g(x)$; die Wahrscheinlichkeit, daß der Impuls des Teilchens zur Zeit $t = 0$ im Intervall $[p_1, p_2]$ liegt, ist $\int_{p_1}^{p_2} \mathrm{d}p\, h(p)$.

Berechnen Sie Erwartungswert und Standardabweichung für Ort und Impuls des Teilchens zur Zeit $t > 0$ und drücken Sie diese durch die entsprechenden Erwartungswerte und Standardabweichungen zur Zeit $t = 0$ aus.
Hinweis: Bedenken Sie, daß in diesem Fall $x(t) = x + (p/m)\,t$ und $p(t) = p$ gilt.

Aufgabe 2: Unschärferelation 4

Zeigen Sie unter Verwendung der Unschärferelation für Ort und Impuls, daß die kinetische Energie eines Teilchens in einer Dimension folgendermaßen nach unten beschränkt

*13. Januar 2011 11:57 Uhr

(bitte wenden)

ist:

$$\langle H_{\text{kin}} \rangle \geq \frac{\hbar^2}{8m\langle x^2 \rangle} \,.$$

Bemerkung: Diese Relation erklärt die Stabilität des Wasserstoffatoms: Das Potential ist zwar nach unten unbeschränkt, doch die kinetische Energie nimmt mit abnehmendem Radius stark zu.

Aufgabe 3: Eigenwerte einer Matrix	4

i) Gegeben sei die Matrix *2P*

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \,.$$

Ist B hermitesch? Sind die Eigenwerte reell? Bilden die Eigenvektoren eine Basis?

ii) Gegeben sei die unendliche Matrix *2P*

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix} \,.$$

Bestimmen Sie die hermitesch konjugierte Matrix $N = M^\dagger$ sowie sämtliche Eigenwerte und Eigenvektoren des Produktes MN.