

ÜBUNGEN ZUR THEORETISCHEN PHYSIK III  
(THEORIE C, ELECTRODYNAMIK), WS 2011/12

Prof. Dr. F.R. Klinkhamer; Dr. S.Thambyahpillai  
Institut für Theoretische Physik

BLATT 5

Abgabe: 21. 11. 11  
Besprechung: 23. 11. 11

Name: .....

Bitte die Gruppe ankreuzen und dieses Blatt mit abgeben (bitte tackern):

- |                                                          |                                                      |                                                         |                                                     |
|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Gruppe 1<br>Matthias Weinreuter | <input type="checkbox"/> Gruppe 2<br>Juraj Streicher | <input type="checkbox"/> Gruppe 3<br>Philip Wollfarth   | <input type="checkbox"/> Gruppe 4<br>Ulf Briskot    |
| <input type="checkbox"/> Gruppe 5<br>Valentin Bolsinger  | <input type="checkbox"/> Gruppe 6<br>Robin Roth      | <input type="checkbox"/> Gruppe 7<br>Julian Stöckel     | <input type="checkbox"/> Gruppe 8<br>Stefan Miereis |
| <input type="checkbox"/> Gruppe 9<br>Philipp Rudo        | <input type="checkbox"/> Gruppe 10<br>Marius Bürkle  | <input type="checkbox"/> Gruppe 11<br>Guillaume Chalons | <input type="checkbox"/> Gruppe 12<br>Justus Zorn   |
| <input type="checkbox"/> Gruppe 13<br>Yasmin Anstruther  |                                                      |                                                         |                                                     |

\*

*Aufgabe 1: Dielektrika*

3

Gegeben seien zwei dielektrische Halbräume mit den Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon$  und  $\epsilon'$ . Im ersten Halbraum ( $\epsilon$ ) befinde sich eine Ladung  $q$  im Abstand  $a$  von der Grenzfläche.

- i) Berechnen Sie das elektrostatische Potential dieser Anordnung (Hinweis: Methode der Spiegelladungen). 2P
- ii) Diskutieren Sie die Fälle  $\epsilon = \epsilon'$  und  $\epsilon' \rightarrow \infty$ . 1P

*Aufgabe 2: Greensche Funktion*

6

Auf der Oberfläche einer Kugel mit Radius  $R$  sei das Potential  $U(\theta, \varphi)$  vorgegeben.

- i) Geben Sie die Greensche Funktion  $G_D(\vec{x}, \vec{x}')$  für das Dirichletsche Randwertproblem für den Außenraum der Kugel an. 1P

Hinweis: Zeigen Sie, dass das in Blatt 4, Aufgabe 3 berechnete Potential bereits  $G_D$  für den speziellen Fall  $\vec{x}' = (0, 0, z')$  ergibt, und finden Sie hieraus  $G_D$  für allgemeines  $\vec{x}'$ .

Wie lautet  $G_D$  für den Innenraum der Kugel?

- ii) Zeigen Sie, dass das Potential im Innenraum  $r < R$  (Außenraum  $r > R$ ) in der Form 1P

$$\Phi(r, \theta, \varphi) = \frac{R|R^2 - r^2|}{4\pi} \int d\Omega' \frac{U(\theta', \varphi')}{(r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha)^{3/2}},$$

dargestellt werden kann, wenn der Innenraum (Außenraum) der Kugel ladungsfrei ist. Hierbei ist  $\cos \alpha = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi')$  und  $d\Omega' = \sin \theta' d\theta' d\varphi'$ .

- iii) Berechnen Sie mit Hilfe von ii) das Potential entlang der positiven  $z$ -Achse für die auf der Kugeloberfläche vorgegebenen Potentiale  $U_1 = q = \text{const}$  und  $U_2 = \cos \theta$ . 2P  
Entspricht das Resultat für  $U_1$  Ihren Erwartungen? Wenn  $U_2$  als von einer Ladungsverteilung erzeugt gedacht wird, was kann für die zugehörige Gesamtladung aus dem Resultat für  $\Phi(z > R)$  geschlossen werden?

- iv) Zeigen Sie, dass das Potential aus ii) für  $r < R$  in die äquivalente Form 2P

$$\Phi(r, \theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l C_{lm} \left(\frac{r}{R}\right)^l Y_{lm}(\theta, \varphi),$$

übergeführt werden kann, wobei

$$C_{lm} = \int d\Omega' Y_{lm}^*(\theta', \varphi') U(\theta', \varphi').$$

### Aufgabe 3: Potential im Quader

3

Gegeben sei ein Quader mit den Kantenlängen  $a$ ,  $b$  und  $c$  in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung. Alle Seitenflächen bis auf zwei befinden sich auf dem Potential Null, nur die Flächen  $z = c$  und  $y = b$  haben beliebige Potentiale  $U(x, y)$  und  $V(x, z)$ .

- i) Berechnen Sie das Potential im Inneren des Quaders. 2P  
ii) Was ergibt sich für den Spezialfall  $U = V = k = \text{const}$ ? 1P