Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Theorie der Kondensierten Materie

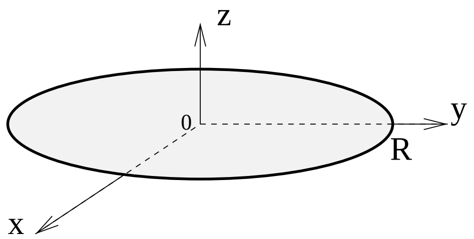
Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik III (Theorie C – Elektrodynamik) WS 12-13

Prof. Dr. Alexander Mirlin
Dr. Igor Gornyi

Blatt 3
Besprechung 31.10.2012

Aufgabe 1: **Kreisscheibe** (2+2+2+1+2=9 Punkte)

Gegeben sei eine Kreisscheibe mit Radius R und vernachlässigbarer Dicke. Diese Scheibe besitze die homogene Flächenladungsdichte $\sigma = Q/(\pi R^2)$. Die Scheibe liege in der $x-y$ Ebene und sei um den Ursprung zentriert.



(a) Berechnen Sie das Potential $\Phi(z)$ entlang der **z-Achse**.

(b) Berechnen Sie aus dem Potential die Feldstärke $\vec{E}(z)$ und geben Sie den Sprung des elektrischen Feldes bei $z = 0$ an.

(c) Untersuchen Sie das elektrische Feld für sehr große Abstände, $z \gg R$. Wie verhält sich das Feld verglichen mit dem einer Punktladung?

(d) Skizzieren Sie $E(z)$ und $\Phi(z)$.

(e) Geben Sie die Feldstärke $\vec{E}(z)$ in dem Grenzfall $R \to \infty$ bei konstanter Oberflächenladungsdichte an und verifizieren Sie Ihr Ergebnis mit Hilfe des Gauß'schen Satzes.

Aufgabe 2: **Anordnungen von Punktladungen** (1+2=3 Punkte)

(a) Dreizehn Ladungen q sitzen auf den Ecken eines ebenen regelmäßigen Dreizehnecks (Seitenlänge a). Welche Kraft erfährt eine Testladung Q, die in der Mitte des Dreizehnecks platziert wird?

(b) Nun wird eine der dreizehn Ladungen entfernt. Wie gross ist nun die Kraft auf die Testladung in der Mitte?

Aufgabe 3: **Kapazität** (2+1+6+1+3=13 Punkte)

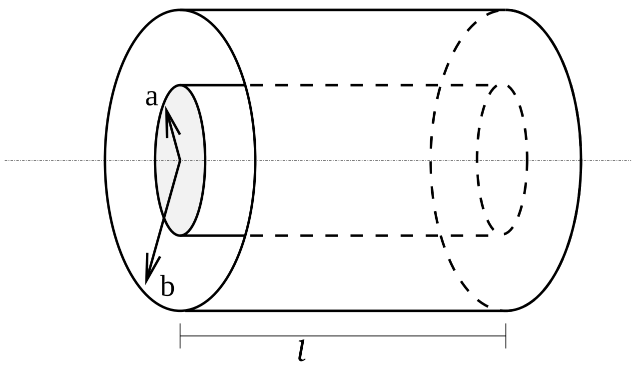
Ein einfacher Kondensator besteht aus zwei benachbarten, voneinander isolierten Leitern. Wenn Ladungen gleicher Stärke aber entgegengesetzten Vorzeichens aufgebracht werden (Q und $-Q$), herrscht eine bestimmte Potentialdifferenz zwischen ihnen.
Das Verhältnis des Betrags der Ladung auf einem der Leiter Q und des Betrags der Potentialdifferenz $U = |\Phi_1 - \Phi_2|$ wird Kapazität C genannt: $C = Q/U$.

(a) Drücken Sie C durch C_{ij} aus, wobei C_{ij} die Kapazitätsmatrix ist:

$$Q_i = \sum_{j=1}^{2} C_{ij}\Phi_j, \quad i = 1, 2.$$

(b) Die Einheit der Kapazität in SI-Einheiten ist Farad, $1F = 1C/V$.
In welcher Einheit werden Kapazitten im Gauß'schen System gemessen?

(c) Die Kapazität pro Längeneinheit eines langen Zylinderkondensators soll berechnet werden. Die innere metallische Elektrode mit Radius a trägt die Ladung Q pro Längenelement l. Ein Metallblech mit Radius b umgibt den inneren Zylinder konzentrisch und trägt die Ladung $-Q$ pro Längenelement.



1. Bestimmen Sie die Flächenladungsdichte σ auf der Kernelektrode.
2. Berechnen Sie $\vec{E}(r)$ in den Bereichen $r < a$, $a < r < b$ und $b < r$.
3. Leiten Sie aus dem elektrischen Feld $\vec{E}$ das Potential Φ her. Setzen Sie dabei $\Phi(\infty) = 0$. Skizzieren Sie $E(r)$ und $\Phi(r)$.
4. Bestimmen Sie die Energie W pro Längenelement in dem Kondensator durch das Volumenintegral einmal über $\vec{E}^2(\vec{r})$ und einmal über $\rho(\vec{r})\Phi(\vec{r})$.
5. Geben Sie die Kapazität des Kondensators pro Längeneinheit an.
6. Wie groß ist der innere Durchmesser des äußeren Leiters eines luftgefüllten Koaxialkabels, dessen zentral gelegener Leiter ein zylindrisches Kabel mit dem Durchmesser $d = 1\text{mm}$ ist, und dessen Kapazität pro Längeneinheit $3 \cdot 10^{-11}\text{F/m}$ ist?

Berechnen Sie die Kapazität C folgender Kondensatoren:

(d) zwei große ebene, leitende Flächen der Größe A im Abstand d zueinander (Inhomogenitäten des Randfeldes können vernachlässigt werden)

(e) zwei konzentrische leitende Kugeln mit den Radien a, b, mit $b > a$