

Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik III
(Theorie C – Elektrodynamik) WS 12-13**Prof. Dr. Alexander Mirlin**
Dr. Igor Gornyi**Blatt 4**
Besprechung 7.11.2012

Auf diesem Übungsblatt verwenden wir die folgenden Notation:

$$\mathbf{r} \equiv \vec{r}, \quad \nabla \equiv \vec{\nabla}$$

Verwenden Sie für die folgende Aufgaben die in der Vorlesung vorgestellte Methode der Spiegelladungen:

Aufgabe 1: **Kugel** (2+2+2+2+2+4=14 Punkte)

Betrachten Sie eine geerdete, leitende Kugel K_R mit Radius R :

$$K_R = \{\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 : |\mathbf{r}| < R\}. \quad (1)$$

Am Punkt $\mathbf{r}_q = (0, 0, a)$ mit $a > R$ befindet sich eine Punktladung q .

- Berechnen Sie das Potential der Ladung.
- Leiten Sie daraus das elektrische Feld \mathbf{E} auf der Oberfläche her. Zeigen Sie dabei, dass das elektrische Feld senkrecht auf der Oberfläche der Kugel steht.
- Welche Kraft wirkt auf die Ladung?
- Berechnen Sie die auf der Oberfläche der Kugel induzierte Flächenladungsdichte σ . Zeigen Sie, dass die gesamte, auf der Oberfläche induzierte Ladung genau der Spiegelladung entspricht.
- Was ändert sich, wenn die Kugeloberfläche auf dem Potential Φ_0 liegt?
- Geben Sie die Greensche Funktion $G_D(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ für das Dirichlet Problem mit Randwerten auf einer Kugelschale mit Radius R an. Berechnen Sie die Ableitung

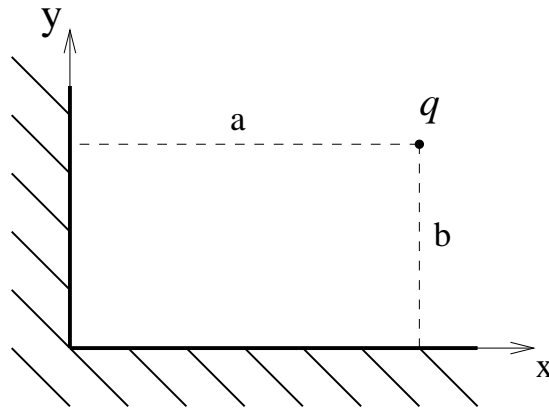
$$\frac{\partial G_D(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} \equiv \mathbf{n}' \cdot \nabla_{\mathbf{r}'} G_D(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (2)$$

die im Oberflächenintegral in der Lösung des Randwertproblems steht.

Aufgabe 2: **Leiterecke**

(1+1+2+2+1+1+4=12 Punkte)

Eine Ladung q befindet sich im Abstand a bzw. b von senkrecht zueinander stehenden, unendlich ausgedehnten, leitenden Ebenen, dargestellt in unterer Skizze.



- Wo liegen die Spiegelladungen und wie groß sind sie?
- Überprüfen Sie explizit, dass ihre Anordnung die Randbedingungen $\Phi(0, y, z) = \Phi(x, 0, z) = 0$ erfüllt.
- Berechnen Sie das elektrische Feld auf den Oberflächen. Skizzieren Sie das Feldlinienbild.
- Berechnen und skizzieren Sie die Oberflächenladungsdichte σ .
- Berechnen Sie die gesamte Influenzladung in jeder der beiden Halbebenen.
- Welche Kraft wirkt auf die Ladung?
- Untersuchen Sie das Potential für große Abstände ($|\mathbf{r}| \gg a, b$) von der Ladung.

Aufgabe 3: **Keil**

(1+3=4 Punkte)

Zwei geerdete Halbebenen schließen nun einen 45° Winkel miteinander ein. Zwischen diesen Halbebenen – jedoch nicht auf der Symmetrieebene dieser Anordnung – befindet sich eine Punktladung q .

- Wie viele Spiegelladungen sollte man verwenden?
- Bestimmen Sie das Potential dieser Anordnung.