

**Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik III**  
(Theorie C – Elektrodynamik)    **WS 12-13**

**Prof. Dr. Alexander Mirlin**  
**Dr. Igor Gornyi**

**Blatt 12**  
**Besprechung 23.01.2013**

Aufgabe 1:    **Grenzfläche: “Polarisation 2”** (6+4=10 Punkte)

In den Halbräumen  $z < 0$  und  $z > 0$  seien  $\epsilon_1, \mu_1$  bzw.  $\epsilon_2, \mu_2$  mit  $\text{Im} \epsilon_i = 0$  und  $\text{Im} \mu_i = 0$  gegeben. Im Halbraum  $z < 0$  fällt eine ebene Welle mit Wellenvektor  $\vec{k}_e$  auf die Grenzfläche. Der Winkel zwischen  $\vec{k}_e = (k_{e,x}, 0, k_{e,z})$  und der Flächennormalen sei  $\alpha_e$ . Betrachten Sie den Fall “Polarisation 2” aus der Vorlesung:

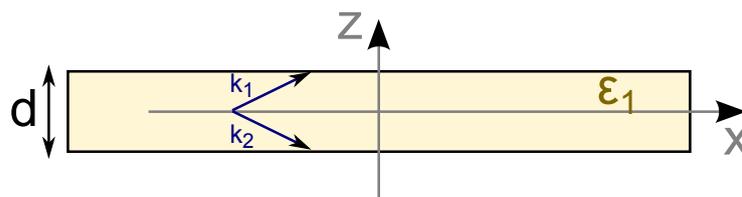
$$\vec{E} \parallel \text{Einfalebene}, \quad (1)$$

$$\vec{H} \perp \text{Einfalebene, d.h. } \vec{H} \parallel \vec{e}_y. \quad (2)$$

- (a) Finden Sie die Amplituden der reflektierten und gebrochenen Wellen in Abhängigkeit der Amplitude der einlaufenden Welle.
- (b) Berechnen Sie den Transmissionskoeffizient  $T$  der Grenzfläche. Skizzieren Sie  $T$  als Funktion von  $\alpha_e$ .

Aufgabe 2:    **Wellenausbreitung in dielektrischer Platte** (4+4=8 Punkte)

Eine dielektrische Platte der Dicke  $d$  mit Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_1$  befinde sich in der  $xy$ -Ebene. Der Aussenraum sei Luft mit  $\epsilon = 1$ . In die Platte wird eine ebene elektromagnetische Welle injiziert. Die Welle ist in  $y$ -Richtung polarisiert ( $\vec{E} \parallel \vec{e}_y$ ).



- (a) Mit welcher Geschwindigkeit propagiert die Welle entlang der Platte?
- (b) Was ist die Bedingung dafür, dass die Welle unendlich lange innerhalb der Platte propagiert?

*Hinweis:* Betrachten Sie dazu folgenden Ansatz für das Vektorpotential innerhalb der Platte:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}_1 e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t)} + \vec{A}_2 e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)} = \vec{A}_1 e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} + \vec{A}_2 e^{i(k_x x - k_z z - \omega t)}, \quad (3)$$

wobei  $A_1$  und  $A_2$  jeweils durch Reflexion an den Grenzflächen auseinander hervorgehen. Es ergibt sich eine transzendente Gleichung für den Winkel  $\alpha$  zwischen  $\vec{k}_{1,2}$  und der Normalen der Grenzfläche. Die Lösung kann graphisch erfolgen.

Aufgabe 3: **Schicht**

(5+2=7 Punkte)

Ein Halbraum mit Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_3$  wird mit einer Schicht der Dicke  $d$  und Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_2$  belegt. Aus dem anderen Halbraum mit  $\epsilon_1$ , fällt senkrecht auf die Grenzfläche eine ebene, monochromatische (Frequenz  $\omega$ ), elektromagnetische Welle ein. Es kann angenommen werden, dass die Permeabilität  $\mu_i$  für alle drei Bereiche gleich eins ist.

- (a) Berechnen Sie den Reflexionskoeffizient  $R$  der Schicht.
- (b) Für welche Wahl der Parameter wird  $R = 0$ ?

Bonusaufgabe **Spiegelströme**

(3+2=5 Bonuspunkte)

Eine Stromverteilung  $\vec{j}(\vec{r})$  befindet sich im Halbraum  $z > 0$  in einem Medium mit Permeabilität  $\mu = 1$ . Der Halbraum  $z < 0$  ist mit einem Material der Permeabilität  $\mu_r$  gefüllt.

- (a) Die magnetische Induktion  $\vec{B}$  für  $z > 0$  bzw.  $z < 0$  kann berechnet werden, indem das Material bei  $z < 0$  bzw.  $z > 0$  durch eine Spiegelstromverteilung  $\vec{j}'$  bzw.  $\vec{j}''$  ersetzt wird.  
Drücken Sie die Komponenten von  $\vec{j}'$  und  $\vec{j}''$  durch  $\vec{j}$  aus.
- (b) Stellen Sie dazu unter Verwendung obiger Annahmen Gleichungen für  $\vec{B}$  jeweils für  $z > 0$  und  $z < 0$  auf.