

**Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik III**  
**(Theorie C – Elektrodynamik) WS 12-13****Prof. Dr. Alexander Mirlin**  
**Dr. Igor Gornyi****Blatt 13**  
**Besprechung 30.01.2013**

---

Aufgabe 1: **Himmel** (4+3=7 Punkte)

Streuung von Licht an einem diffusen Gas kann in einem einfachen Bild wie folgt betrachtet werden:

Die Moleküle des Gases werden vom einfallenden Licht zu Dipolschwingungen angeregt. Die angeregten Dipole strahlen wiederum mit der aus der Vorlesung bekannten Abstrahlungscharakteristik Hertz'scher Dipole Streulicht ab.

- (a) Warum ist der Himmel blau?
- (b) Warum ist der Sonnenuntergang rot?

Aufgabe 2: **Plasmaoszillationen in Metallen** (5+3=8 Punkte)

Betrachten Sie das Drude-Modell für das Verhalten von Elektronen in Metallen in Wechselwirkung mit dem elektrischen Feld. Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung und den Maxwell-Gleichungen kann im Grenzfall  $\omega\tau \gg 1$  eine Gleichung für die Ladungsdichte gewonnen werden, die eine Bedingung für das Auftreten von Ladungsdichte-Oszillationen,  $\rho(\vec{r}, \omega) \neq 0$ , liefert.

- (a) Bestimmen Sie die Frequenz, für die Ladungsdichte-Oszillationen auftreten können. Vergleichen Sie diese mit der in der Vorlesung eingeführten Plasmafrequenz  $\omega_P$ .
- (b) Leiten Sie aus den Maxwell-Gleichungen die zugehörige Wellengleichung her. Zeigen Sie, dass sich oberhalb der in (a) hergeleiteten Grenzfrequenz im Metall elektromagnetische Wellen ausbilden können.

Aufgabe 3: **Skin-Effekt** (5+5=10 Punkte)

Ein zylindrischer Draht (Radius  $a$ ) bestehe aus einem Metall mit der Leitfähigkeit  $\sigma$ . Durch dieses Metall (parallel zur Zylinderachse) fließe ein elektrischer Wechselstrom (Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ ). Gesucht wird das elektrische Feld innerhalb des Leiters, welches sich aus den Maxwell-Gleichungen ergibt. Dabei kann für moderate Frequenzen der Term  $\ddot{\vec{E}}$  vernachlässigt und  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$  angenommen werden (quasistationäre Näherung).

- (a) Entkoppeln Sie das System von Differentialgleichungen für  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$ . Benutzen Sie dabei das Ohm'sche Gesetz  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ . Bestimmen Sie  $\vec{E}(\vec{r})$  für den Fall  $a \gg d$ , wobei  $d$  die Eindringtiefe (Skindicke) ist.
- (b) Berechnen Sie den Widerstand  $R_{ac}$  des Drahtes aufgrund des Skin-Effekts. Vergleichen Sie  $R_{ac}(\omega)$  mit dem Gleichstromwiderstand ( $\omega = 0$ ).

Bonusaufgabe **Einachsiges Medium**

(5+5=10 Bonuspunkte)

Wir betrachten ein anisotropes Medium, in dem die Dielektrizitätskonstante richtungsabhängig ist:  $D_i = \epsilon_i E_i$  mit  $\epsilon_x = \epsilon_y \neq \epsilon_z$ .

- (a) Bestimmen Sie die Dispersionsrelation  $\omega = \omega(\vec{k})$  für das elektrische Feld einer ebenen elektromagnetischen Welle mit Frequenz  $\omega$  und Wellenvektor  $\vec{k}$  (der eine beliebige Richtung haben kann).
- (b) Finden Sie die Phasengeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Richtung des Wellenvektors.