

Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik III
(Theorie C – Elektrodynamik) WS 12-13

Prof. Dr. Alexander Mirlin
Dr. Igor Gornyi

Blatt 14
Besprechung 06.02.2013

Aufgabe 1: **Eigenschaften der Lorentz-Transformationen** (3+3+4=10 Punkte)

Eine Lorentztransformation $(x, t) \xrightarrow{\beta} (x', t')$ ist gegeben durch

$$\begin{aligned} x' &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(x - \beta ct) \\ t' &= \frac{1}{c\sqrt{1-\beta^2}}(ct - \beta x) \end{aligned} \quad (1)$$

mit $\beta = v/c$.

(a) Zeigen Sie explizit, dass die sukzessive Anwendung zweier Lorentztransformationen

$$(x, t) \xrightarrow{\beta_1} (x', t') \xrightarrow{\beta_2} (x'', t'')$$

wieder als Lorentztransformation geschrieben werden kann

$$(x, t) \xrightarrow{\beta_{1+2}} (x'', t'')$$

Was ergibt sich für β_{1+2} ?

(b) Die Lorentztransformation (1) kann alternativ auch in folgender Form geschrieben werden:

$$\begin{aligned} x' &= \cosh \gamma x - \sinh \gamma ct \\ ct' &= \cosh \gamma ct - \sinh \gamma x \end{aligned} \quad (2)$$

Berechnen Sie die Rapidität γ_{1+2} aus β .

(c) Zeigen Sie explizit, dass die Wellengleichung invariant unter Lorentztransformationen (1) ist,

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \Psi(\vec{r}, t) = 0 \quad \xrightarrow{\beta} \quad \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t'^2} - \nabla'^2 \right) \Psi(\vec{r}', t') = 0. \quad (3)$$

Aufgabe 2: **Myon** (7 Punkte)

Ruhende Myonen haben eine Lebensdauer von $\tau_\mu = 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$. In der Atmosphäre werden durch hochenergetische Teilchenkollisionen eine große Anzahl von Myonen erzeugt. Nehmen Sie an, dass die Geschwindigkeit der Myonen nach der Erzeugung $v = 0.9c$ beträgt.

Wie weit kann ein solches Myon fliegen, bevor es zerfällt?

Aufgabe 3: **Zwillings-Paradoxon**

(5+3=8 Punkte)

Ein Raumschiff startet von der Erde aus zu einem kurzen Abstecher zu einem Gedichtabend auf der vogonischen Heimatwelt. Um die Reise für die Insassen so angenehm wie möglich zu gestalten, wird das Raumschiff jeweils auf gerader Linie mit $1g$ beschleunigt bzw. abgebremst. Eine Beschleunigungs- bzw. Bremsphase dauert jeweils 5 Jahre (Bordzeit). Nach einem Abend voller Kultur dreht das Raumschiff wieder um und fliegt auf dem gleichen Weg zurück, den es gekommen ist.

Bob hat schon viel von der vogonischen Dichtkunst gehört und hat sich ein Ticket gekauft. Seine Zwillingsschwester Alice verabschiedet sich am Raumflughafen von ihm. Bob tröstet sie mit den Worten: "Mach dir keine Sorgen, in 20 Jahren bin ich schon wieder zurück!"

- (a) Nachdem sie nach Hause zurückgekehrt ist, wird Alice stutzig. Wird Bob wirklich nur 20 Jahre unterwegs sein? Rechnen Sie nach, wie viel Zeit auf der (ruhenden) Erde bis zur Rückkehr des Raumschiffs vergangen sein wird. Erlebt Alice die Rückkehr ihres Zwillings noch?
- (b) Wie weit ist der Heimatplanet der Vogonen von der Erde entfernt?

Verwenden Sie dabei, dass im ruhenden System der Erde für die Änderung der Geschwindigkeit des Raumschiffs

$$d\beta = \frac{g}{c} (1 - \beta^2) d\tau = \frac{g}{c} (1 - \beta^2)^{3/2} dt \quad (4)$$

gilt.

Bonusaufgabe

(5 Bonuspunkte)

Leiten Sie Gl. (4) her.