Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theorie der Kondensierten Materie

Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik III (Theorie C – Elektrodynamik) WS 12-13

Prof. Dr. Alexander Mirlin

Dr. Igor Gornyi

Blatt 15

08.02.2013–14.02.2013

Aufgabe 1: Stab

Im Inertialsystem K befinde sich ein ruhender Stab der Länge L. Die Länge ergibt sich aus der Koordinatendifferenz der Endpunkte des Stabs zur selben Zeit. Der Stab ist in x-Richtung ausgerichtet.

(a) Welche Länge misst man für den Stab im System K' das sich von K aus gesehen mit einer Geschwindigkeit v entlang der x-Achse in positiver Richtung bewegt?

(b) Der Stab (wieder in x-Richtung ausgerichtet) bewegt sich nun mit Geschwindigkeit u in y-Richtung. Bestimmen Sie seinen Winkel θ zur x-Richtung bezüglich K'.

Aufgabe 2: Lorentz-Transformation der Felder

(a) Das Bezugsystem K' bewegt sich relativ zum Bezugsystem K mit Geschwindigkeit $\vec{v} = v\vec{e}_z$. Zeigen Sie explizit, dass die z-Komponenten des Magnetfeldes in beiden Systemen gleich sind.

(b) Ist eine Feldkonfiguration möglich, die in einem bestimmten Inertialsystem als ein reines elektrisches Feld erscheint, in einem anderen Inertialsystem als ein reines Magnetfeld?

(c) Bestimmen Sie das skalare Potential und das Vektorpotential einer sich mit der konstanten Geschwindigkeit v entlang der z-Achse bewegenden Punktladung e. Im welchen Richtungen ist das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}, t = 0)$ am stärksten, bzw. schwächsten bei gleichem $|\vec{r}|$?

Aufgabe 3: Relativistische Bewegungsgleichung

Auf ein Teilchen mit der Ruhemasse m wirke eine konstante Kraft f_0 in x-Richtung.

(a) Lösen Sie die relativistische Bewegungsgleichung. Finden Sie $\vec{r}(t)$ mit den Anfangswerten $\vec{r}(0) = 0$ und $\vec{v}(0) = 0$.

(b) Geben Sie $\vec{r}$ als Funktion der Eigenzeit τ an. Bestimmen Sie die 4-Geschwindigkeit u^μ und 4-Beschleunigung $du^\mu/d\tau$ des Teilchens.

Aufgabe 4: 2-dimensionaler Vektorraum

In der Basis e_1, e_2 für einen 2-dimensionaler Vektorraum sei eine Metrik gegeben durch

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad (g^{\mu\nu}) = (g_{\mu\nu})^{-1}.$$

Der Tensor T sei definiert durch

$$(T_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

(a) Bestimmen Sie die Matrizen $T_\mu{}^\nu,\ T^\mu{}_\nu,\ T^{\mu\nu}$.

(b) Betrachten Sie die Basistransformation

$$\bar{e}_1 = e_1 + 2e_2, \quad \bar{e}_2 = e_1. \tag{1}$$

Bestimmen Sie die Transformationsmatrizen $\Lambda^\mu{}_\nu$ und $\Lambda_\mu{}^\nu$, sowie die transformierten Komponenten $\bar{g}_{\mu\nu}$ und $\bar{T}^{\mu\nu}$.

Aufgabe 5: **Energie-Impuls-Tensor**

Der Energie-Impuls-Tensor des elektromagnetischen Feldes ist gegeben durch

$$T^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi}\left(F^\mu{}_\alpha F^{\alpha\nu} + \frac{1}{4} g^{\mu\nu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}\right), \tag{2}$$

wobei g die Minkowski-Metrik bezeichnet (s. Vorlesung).

(a) Zeigen Sie explizit, dass in Abwesenheit von Strömen und Ladungen $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ gilt.

(b) Was gilt für $\partial_\mu T^{\mu\nu}$, wenn $j^\nu \neq 0$?

(c) Ausgehend von Gl. (2), drücken Sie die Komponenten T^{00}, T^{0i} und T^{ij} durch $\vec{E}$ und $\vec{B}$ aus. Was ist die physikalische Bedeutung von T^{00} und T^{0i}?