

Klassische Theoretische Physik III (Theorie C)

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. T. Kasprzik, Dr. L. Mihaila
<http://www.ttp.kit.edu/~kasprzik/theoc/>

WS 13/14
Übungsblatt 1
Besprechung: 30.10.2013

Aufgabe 1: Gradient, Divergenz, Rotation

(a) Gegeben seien eine skalare Funktion $\phi(\vec{r})$ und eine vektorielle Funktion $\vec{f}(\vec{r})$, die zweimal stetig differenzierbar sind. Zeigen Sie, dass gilt

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi(\vec{r}) &= 0, & \text{(ii)} \quad \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{f}(\vec{r})) &= 0, \\ \text{(iii)} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}) &= \Delta \phi(\vec{r}), & \text{(iv)} \quad \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{f}(\vec{r})) &= \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{f}(\vec{r})) - \Delta \vec{f}(\vec{r}), \\ \text{(v)} \quad \vec{\nabla} \cdot (\phi(\vec{r}) \vec{f}(\vec{r})) &= \vec{f}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}) + \phi(\vec{r}) \vec{\nabla} \cdot \vec{f}(\vec{r}), \end{aligned}$$

wobei der Laplace-Operator „ Δ “ gegeben ist durch $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

(b) Zeigen Sie, dass gilt ($r = |\vec{r}'|$):

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \vec{\nabla} r &= \frac{\vec{r}}{r}, & \text{(ii)} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{r} &= 3, & \text{(iii)} \quad \vec{\nabla} \times \vec{r} &= 0, & \text{(iv)} \quad \vec{\nabla}_r \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|^n} &= -n \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^{n+2}}, \\ \text{(v)} \quad \vec{\nabla}_r (e^{i\vec{k}\vec{r}}) &= i\vec{k} e^{i\vec{k}\vec{r}}, & \text{(vi)} \quad \vec{\nabla}_r \cdot (\vec{q} e^{i\vec{k}\vec{r}}) &= i(\vec{k} \cdot \vec{q}) e^{i\vec{k}\vec{r}}, & \text{(vii)} \quad \vec{\nabla}_r \times (\vec{q} e^{i\vec{k}\vec{r}}) &= i(\vec{k} \times \vec{q}) e^{i\vec{k}\vec{r}}. \end{aligned}$$

(c) Berechnen Sie die ersten drei Terme der Taylor-Entwicklung für den Ausdruck

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad \text{für} \quad |\vec{r}'| \gg |\vec{r}'|.$$

Aufgabe 2: Wegintegrale. Stokesscher Satz

(a) Gegeben seien die zwei Vektorfelder (i) $\vec{A}_1(\vec{r}) = (-y, x, 0)^T$, (ii) $\vec{A}_2(\vec{r}) = \frac{\vec{r}}{r^2}$. Berechnen Sie die Wegintegrale $\int_C \vec{A}_i(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$, $i = 1, 2$ entlang der beiden Wege $\vec{r}(\phi) = R(\cos \phi, \sin \phi, 0)^T$ mit $\phi \in [\pi, 0]$ und $\phi \in [\pi, 2\pi]$.

(b) Verifizieren Sie den Stokesschen Satz

$$\oint_{\partial F} \vec{A} \cdot d\vec{r} = \int_F (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \cdot d\vec{f}$$

für den Fall, dass $\vec{A} = \vec{A}_i$ ($i = 1, 2$) aus (a) und dass der Weg ∂F einen Kreis in der xy -Ebene mit Radius R und Mittelpunkt im Ursprung beschreibt.

Aufgabe 3: Volumenintegrale. Gaußscher Satz

(a) Berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes $\vec{A}(\vec{r})$ durch die Oberfläche einer Kugel mit Radius R um den Koordinatenursprung für: (i) $\vec{A}_1(\vec{r}) = 3\frac{\vec{r}}{r^2}$, (ii) $\vec{A}_2(\vec{r}) = (3z, x, 2y)^T$.

(b) Verifizieren Sie den Gaußschen Satz

$$\oint_{\partial V} \vec{A} \cdot d\vec{f} = \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) d^3r$$

für die beiden in (a) gegebenen Vektorfelder.

Bitte wenden!

- **Übungsbetrieb**

Die Übungen zur Vorlesung „Klassische Theoretische Physik III (Elektrodynamik)“ finden mittwochs um 14:00 Uhr, um 15:45 Uhr und um 17:30 Uhr statt. Der reguläre Übungsbetrieb beginnt am 30.10.2013.

Die Übungsblätter können dienstags ab ca. 16:00 Uhr von der Webseite

<http://www.ttp.kit.edu/~kasprzik/theoc/> heruntergeladen werden. Die Aufgaben werden am Mittwoch der darauf folgenden Woche in den Tutorien besprochen.

Es besteht keine Pflicht zur Abgabe der Übungsblätter. Eine freiwillige Abgabe ist in Absprache mit dem Tutor möglich.

- **Anmeldung zu den Tutorien**

Sie können sich bis **Sonntag, den 27.10.2013, 24:00 Uhr** für ein Tutorium eintragen. Verwenden Sie dazu das Webformular unter

<http://www.physik.kit.edu/Tutorium/WS1314/TheorieC>.

Die Webseite wird am Mittwoch, den 23.10.2013 um 13:00 Uhr freigeschaltet.

Ab Montag, den 28.10.2013, 16:00 Uhr hängen Listen am Eingang des Physikhochhauses aus, denen Sie Raum und Zeit Ihrer Übungsgruppe entnehmen können.

- Das **Beratungstutorium** findet montags 11:30 - 13:00 Uhr im Raum 12.1 (Physikhochhaus) statt.

- **Übungsklausuren**

Am 18.12.2013 findet die erste Übungsklausur in den Tutorien statt.

Am 03.02.2014 findet die zweite Übungsklausur in den HS Fasanengarten und Neue Chemie (von 17:30-19:30 Uhr) statt.

- **Modulklausur**

Die Modulklausur findet voraussichtlich am 14.03.2014 (von 11:00 bis 13:00 Uhr) statt.

Zu Beginn des SS 14 wird ein weiterer Klausurtermin angeboten.

- **Leistungsnachweise/Prüfungen**

Als Vorleistung zur Teilnahme an der Modulklausur müssen mindestens 40% der Summe der Punkte aus beiden Übungsklausuren erreicht werden. Die Modulnote wird in der Modulklausur ermittelt.

- **QISPOS:**

Sobald die Vorleistung in QISPOS freigeschaltet ist, wird dies auf den Übungsblättern angekündigt.