Übungsblatt # 2 zur Vorlesung
Klassische Theoretische Physik III

Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theoretische Festkörperphysik

Dr. Giuseppe Toscano (giuseppe.toscano@kit.edu)

Prof. Dr. Carsten Rockstuhl (carsten.rockstuhl@kit.edu)

Übung 1 - Vektoranalysis (2 + 2 + 2 = 6 Punkte)

(a) Es seien $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ beliebige, sowohl quellen- als auch wirbelfreie Vektorfelder. Geben Sie die Quell- und die Wirbeldichte von $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ an!

(b) Verifizieren Sie den Gaußschen Satz für das Vektorfeld

$$\mathbf{A} = ax\mathbf{e}_x + by\mathbf{e}_y + cz\mathbf{e}_z$$

und die Kugel $\mathrm{K} \equiv \{\mathbf{r}\colon x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}$!

(c) Verifizieren Sie den Stokesschen Satz für das Vektorfeld

$$\mathbf{A} = (4x/3 - 2y)\mathbf{e}_x + (3y - x)\mathbf{e}_y$$

und die Fläche $\mathrm{F} \equiv \{\mathbf{r}\colon (x/3)^2 + (y/2)^2 \leq R^2,\, z = 0\}$!

Übung 2 - Eigenschaften der δ-Distribution (2 + 2 + 2 = 6 Punkte)

(a) Beweisen Sie die für $\delta^{(n)}(x)$, die n-te Ableitung der eindimensionalen δ-Funktion, gültige Beziehung

$$x^n f(x)\delta^{(n)}(x) = (-1)^n n! f(x)\delta(x)$$

wenn $f(x)$ in $x = 0$ n-mal differenzierbar ist.

(b) Beweisen Sie die Beziehung

$$\delta[f(x)] = \sum_i \frac{1}{|f'(\lambda_i)|}\delta(x - \lambda_i) \quad \text{mit } f'(\lambda_i) = \left.\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=\lambda_i},$$

wobei $f(x)$ nur einfache Nullstellen an den Stellen $x = \lambda_i$ habe! Verwenden Sie dabei $\delta(ax) = \delta(x)/|a|$!

(c) Berechnen Sie folgende Ausdrücke!

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \arctan x\, \delta'(x-1), \quad \int_1^{\infty} \mathrm{d}x \frac{\delta(\cos x)}{x^2}$$

Abgabetermin: Mittwoch, 28. 10. 2015 um 9:45 Uhr.