Übungsblatt # 7 zur Vorlesung
Klassische Theoretische Physik III

Karlsruher Institut für Technologie

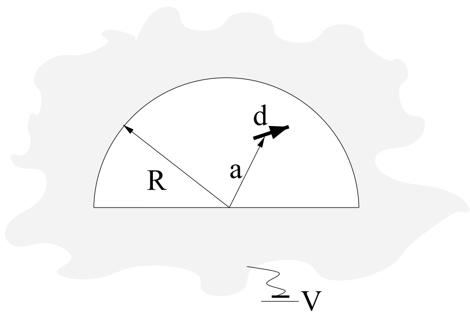
Institut für Theoretische Festkörperphysik

Dr. Giuseppe Toscano (giuseppe.toscano@kit.edu)

Prof. Dr. Carsten Rockstuhl (carsten.rockstuhl@kit.edu)

Übung 1 - Halbkugelförmiger Hohlraum (4 Punkte)

In einem halbkugelförmigen Hohlraum vom Radius R befinde sich ein Dipol $\mathbf{d}$ bei $\mathbf{a}$ ($a < R$). Der Außenraum sei ein Leiter, der auf dem Potential V gehalten werde. Bestimme das Potential φ im gesamten Raum.



Übung 2 - Dielektrische Kugel im Dielektrikum mit äußerem elektrischen Feld (3+1+1+1=6 Punkte)

Eine (homogene, isotrope,) dielektrische Kugel (ε_2 , Radius R) sei von einem homogenen, isotropen Dielektrikum (ε_1) umgeben und befinde sich in einem ursprünglich homogenen elektrischen Feld ($\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_z\mathbf{e}_z$).

(a) Gesucht ist das resultierende Potential innerhalb und außerhalb der Kugel.

(b) Gesucht ist das resultierende elektrische Feld innerhalb und außerhalb der Kugel.

(c) Bestimmen Sie die Polarisation der Kugel.

(d) Wie lautet das Dipolmoment der Kugel.

Hinweis 1: Zur Rechnung in kartesischen Koordinaten mache man sich irgendwie klar, dass sich das äußere Potential zusammensetzt aus dem des homogenen elektrischen Felds $E_z\mathbf{e}_z \to E_z z$ und dem Potential eines Dipols (nämlich des über die Kugel Aufsummierten) $\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/r^3$ mit $\mathbf{p} \parallel \mathbf{e}_z$.
Hinweis 2: Zur Rechnung in Kugelkoordinaten lege man das Koordinatensystem mit den Polen entlang der z-Achse. Prinzipiell lässt sich die allgemeine Lösung der Laplacegleichung $\nabla^2\Phi(\rho,\theta,\varphi) = 0$ als Superposition von Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ schreiben:

$$\Phi(\rho,\theta,\varphi) = \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\left(A_{lm}\rho^l + B_{lm}\rho^{-(l+1)}\right)Y_{lm}(\theta,\varphi).$$

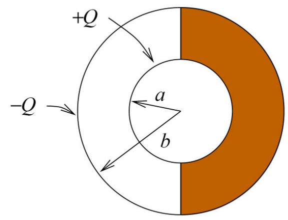
Aufgrund der azimutalen Symmetrie des Problems (Lösung unabhängig von φ) entfallen aber alle Terme mit $m \neq 0$. Der Ansatz vereinfacht sich somit zu:

$$\Phi(\rho,\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l \rho^l + B_l \rho^{-(l+1)} \right) P_l(\theta)$$

mit den Legendrepolynomen $P_l(\theta)$. Für die weitere Bearbeitung der Aufgabe ist die genaue Form der $P_l(\theta)$ unerheblich, es genügt zu wissen, dass sie orthogonal sind und $P_1(\theta) = \cos(\theta)$.

Übung 3 - Kugelkondensator (2+1+1=4 Punkte)

Zwei kugelförmige konzentrische Leiter der Radien a, b mit $a < b$ tragen die Ladung $\pm Q$. Der Raum zwischen den Kugeln ist zur Hälfte mit einem Dielektrikum der Dielektrizitätskonstante ϵ gefüllt.



(a) Berechnen Sie das elektrische Feld $\mathbf{E}$ im gesamten Raum zwischen den beiden Kugeln.

(b) Berechnen Sie die Oberflächenladungsdichte der freien Ladungsträger σ_{frei} auf der inneren Kugel.

(c) Berechnen Sie die durch die Polarisation $\mathbf{P}$ induzierte Ladungsdichte σ_{geb} auf der Oberfläche des Dielektrikums bei $r = a$.

Abgabetermin: Freitag, 04. 12. 2015 um 9:45 Uhr.