Übungsblatt # 11 zur Vorlesung
Klassische Theoretische Physik III

Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theoretische Festkörperphysik

Karim Mnasri (karim.mnasri@kit.edu)

Prof. Dr. Carsten Rockstuhl (carsten.rockstuhl@kit.edu)

Beachten Sie bitte, dieses Übungsblatt ist dahingehend speziell, als dass es den Charakter einer Probeklausur besitzen soll. Probeklausur in dem Sinne, dass die Aufgaben der Art, des individuellen Umfangs und dem Schwierigkeitsgrad dem entsprechen, wie Sie ihn später bei den Aufgaben in der Klausur begegnen werden.

Der Gesamtumfang der hier gestellten Aufgaben entspricht hingegen **nicht** dem Gesamtumfang der Klausur.

Beachten Sie bitte auch, dass die Klausur selbst **ohne Hilfsmittel** geschrieben werden soll. Die Aufgaben werden Ihnen daher im Vergleich zu früheren Aufgaben in den Tutorien als einfach erscheinen. Täuschen Sie sich hier bitte nicht!

1. Punktladung (3 Punkte)

Eine Punktladung q befinde sich zwischen 2 geerdeten, leitenden Ebenen, die sich unter einem Winkel von $\alpha = 90°$ schneiden. Geben Sie das Potential im gesamten Raum an!

2. Homogene Kugel (11 Punkte)

Eine homogen geladene Kugel (Radius R_1, Ladungsdichte ρ_0 , Gesamtladung Q) werde konzentrisch von einer isolierten metallischen Kugelschale mit verschwindender Gesamtladung (Innenradius $R_2 > R_1$, Außenradius R_3) umgeben. Berechnen Sie:

(a) das elektrostatische Potential und Feld im gesamten Raum (8 Punkte) und

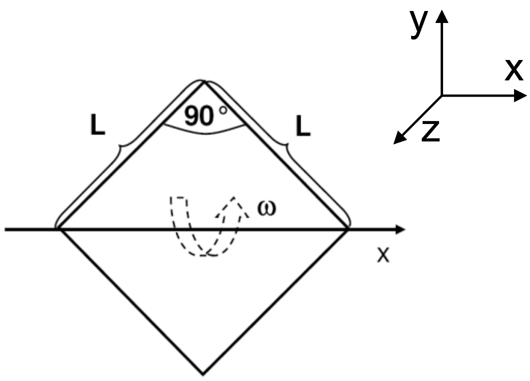
(b) die Ladungsverteilung auf den Oberflächen der Metallschale (3 Punkt).

3. Leiterschleife (11 Punkte)

Eine quadratische, formstabile Leiterschleife der Kantenlänge L dreht sich in einem homogenen Magnetfeld $\mathbf{B} = B_0\mathbf{e}_z$ um die x-Achse.

(a) Die Schleife rotiere mit der Winkelgeschwindigkeit ω. Berechnen Sie die induzierte Spannung! Vernachlässigen Sie die Selbstinduktion! (3 Punkte)

(b) Die Schleife sei fixiert, wobei die Flächennormale mit der z-Achse den Winkel α bilde. Wie groß ist das an der Schleife angreifende Drehmoment, wenn sie von einem Strom I (im Uhrzeigersinn) durchflossen wird. (5 Punkte)



4. Leiter (3 Punkte)

Begründen Sie, warum das elektrostatische Feld auf einer Leiteroberfläche nur eine Komponente senkrecht zu dieser Fläche besitzt!

5. Stromdurchflossener Zylinder (10 Punkte)

Ein unendlich langer stromdurchflossener Vollzylinder (Radius R, stationäre homogene Stromdichte $\mathbf{j}_0$, in Richtung der Zylinderachse gerichtet) befinde sich im Vakuum.

(a) Bestimmen Sie durch geeignete Symmetriebetrachtungen die Komponenten der magnetischen Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ und die Komponenten des Vektorpotentials $\mathbf{A}(\mathbf{r})$, welche ungleich null sind. (2 Punkte)

(b) Berechnen Sie dann die magnetische Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ und das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ im gesamten Raum! (6 Punkte)

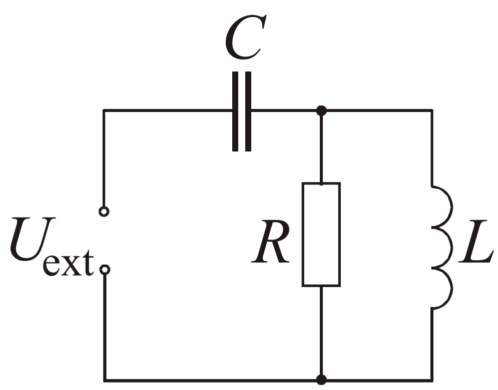
(c) Berechnen Sie die magnetostatische Energiedichte $w_{\text{mag}}(\mathbf{r})$ im gesamten Raum. (2 Punkte)

6. Stromkreis (18 Punkte)

(a) Leiten Sie aus den Maxwellschen Gleichungen die Kirchhoffschen Regeln (Maschen- und Knotensatz) ab. (6 Punkte)

(b) Betrachten Sie nun den unten abgebildeten Schwingkreis. Leiten Sie für $U_{\text{ext}}(t) = 0$ die Differentialgleichung zur Beschreibung des Stromes durch die Induktivität L aus den Kirchhoffschen Maschen- und Knotensätzen ab. Bestimmen Sie die Resonanzfrequenz dieses Schwingkreises. (6 Punkte)

(c) Berechnen Sie im eingeschwungenen Zustand Amplitude und Phase der Spannung über dem Widerstand R bei angelegter externer Spannung $U_{\text{ext}}(t) = U_0 \cos(\omega t)$. Wie verhält sich die Spannung im Grenzfall $R \to \infty$? (6 Punkte)



Nützliche Beziehungen

Zylinderkoordinaten (ρ, ϕ, z)

$$\begin{aligned}
\mathrm{grad} u &= \frac{\partial u}{\partial \rho}\mathbf{e}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \phi}\mathbf{e}_\phi + \frac{\partial u}{\partial z}\mathbf{e}_z \\
\mathrm{div}\mathbf{A} &= \frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\rho A_\rho\right)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \\
\mathrm{rot}\mathbf{A} &= \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right)\mathbf{e}_\rho + \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right)\mathbf{e}_\phi + \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}\right)\mathbf{e}_z \\
\triangle u &= \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho\frac{\partial u}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}
\end{aligned}$$

Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ)

$$\begin{aligned}
\mathrm{grad} u &= \frac{\partial u}{\partial r}\mathbf{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}\mathbf{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial u}{\partial \phi}\mathbf{e}_\phi \\
\mathrm{div}\mathbf{A} &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 A_r\right)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \\
\triangle u &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2\tan\theta}\frac{\partial u}{\partial \theta}
\end{aligned}$$

Abgabetermin: Freitag, 15. 01. 2016 um 9:45 Uhr.