Klassische Theoretische Physik III
Elektrodynamik WS 16/17

Institut für Kernphysik, KIT

Prof. T. Schwetz-Mangold, Dr. J. Enander, A. Pargner
https://cr.ikp.kit.edu/pargner/teaching/theoc1617/

4. Übung Besprechung: 16.11.16

Beachten Sie, dass beginnend mit diesem Blatt die Regularien zum Übungsbetrieb geändert wurden. Es ist von nun an möglich die Blätter zu zweit abzugeben. Achten Sie darauf, dass Sie sich beide im selben Tutorium befinden. Schreiben Sie unbedingt beide Namen, Matrikelnummern und Nummer des Tutoriums auf die erste Seite Ihres Blattes. Eine Abgabe alleine ist weiterhin möglich.

Aufgabe 1 2 Punkte

Berechnen Sie das Verhältnis der Coulomb Kraft $|\vec{F}_\mathrm{C}|$ zur Newtonschen Gravitationskraft $|\vec{F}_\mathrm{G}|$ für die Wechselwirkung zwischen einem Elektron und einem Proton. Begründen Sie, warum die Bewegung der Himmelskörper durch die Gravitation bestimmt wird.

2 Punkte

Aufgabe 2 6 Punkte

Betrachten Sie einen massiven, homogen geladenen, unendlich langen Kreiszylinder mit Radius R und konstanter Ladungsdichte ρ_0.

a) Berechnen Sie das elektrische Feld mit Hilfe des Satz von Gauß. Überlegen Sie sich zunächst die, auf Grund der Symmetrie des Systems zu erwartende, Feldverteilung.

2 Punkte

b) Berechnen Sie nun nochmals die elektrische Feldstärke, indem Sie die Poisson Gleichung für das Potential Φ lösen und $\vec{E} = -\mathrm{grad}\Phi$ bestimmen.

Hinweis 1: Der Laplace Operator in den Zylinderkoordinaten (ϱ,φ,z) ist

$$\triangle\Phi = \frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial\varrho}\left(\varrho\frac{\partial\Phi}{\partial\varrho}\right) + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \ . \tag{1}$$

Hinweis 2: Beachten Sie, dass das elektrische Potential $\Phi(\vec{r})$ und seine Ableitung $\Phi'(\vec{r})$ stetig sind. Beachten Sie auch, dass für eine homogene Ladungsdichte das Potential nicht singulär sein darf.

3 Punkte

c) Skizzieren Sie die elektrische Feldstärke $\vec{E}(\vec{r})$ und das Potential $\Phi(\vec{r})$ als Funktion der Koordinate ϱ.

1 Punkte

Aufgabe 3 **5 Punkte**

Wir berechnen das elektrische Feld $\vec{E}$ am Punkt P über einer unendlichen, geladenen Platte. Wir können die Platte als Anordnung von unendlich vielen Punktladungen q betrachten. Die Position der Punktladungen bestimmen wir durch die Koordinaten x und y auf der Platte. Das elektrische Feld erhalten wir dank des Superpositionsprinzips als Summe der Felder aller Punktladungen.

a) Machen Sie sich an Hand einer Skizze klar, dass das elektrische Feld $\vec{E}$ an jedem Punkt über der Platte senkrecht zur Oberfläche steht.

Hinweis: Das elektrische Feld einer Punktladung q ist gegeben durch

$$\vec{E}_q = \frac{q}{r^2}\hat{e}_r \ . \tag{2}$$

Betrachten Sie zunächst die vektorielle Superposition der elektrischen Felder zweier Punktladungen q, die gleich weit von einem Punkt P entfernt sind.

1 Punkte

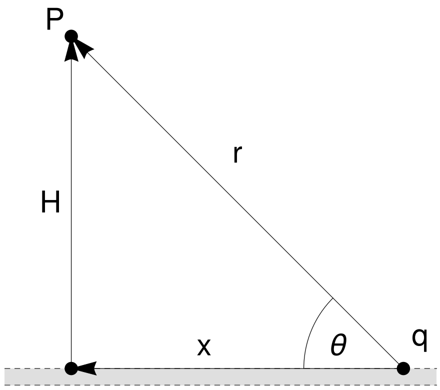

Abbildung 1: Skizze zum elektrischen Feld der Punktladung q am Punkt P. Der Punkte P befindet sich in der Höhe H über der Platte. Die Position der Punktladung q ist durch die Koordinaten x und y bestimmt. Beachten Sie, dass es sich bei der Skizze um eine Projektion in die x Ebene handelt.

b) Betrachten Sie die Skizze in Abb 1. Machen Sie sich mit ihrem Ergebnis aus Aufgabenteil a) klar, dass das elektrische Feld der Punktladung q am Punkt P effektiv gegeben ist durch

$$E_q = \frac{q}{r^2}\sin\theta \tag{3}$$

und senkrecht auf der Oberfläche steht. Drücken Sie nun r und $\sin\theta$ durch die Koordinaten x und y der Punktladung q und die Höhe H des Punktes P aus.

Hinweis: Das Ergebnis lautet

$$E_q(x,y) = q\frac{H}{(x^2+y^2+H^2)^{3/2}} \ . \tag{4}$$

1 Punkte

c) Bestimmen Sie nun das elektrische Feld E am Punkt P in dem Sie über alle Punktladungen q summieren. D.h. berechnen Sie

$$E = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} E_q(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \ . \tag{5}$$

Hinweis: Das Ergebnis lautet

$$E = 2\pi q \ . \tag{6}$$

3 Punkte

Aufgabe 4 **3 Punkte**

Sie haben nun in verschiedenen Aufgaben, mehr oder weniger direkt, das elektrische Feld einer Punktladung (Übung 3, Aufgabe 2), einer eindimensionalen (Aufgabe 1) und einer zweidimensionalen (Aufgabe 2) Ladungsverteilung berechnet. Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse geometrisch, mit Hilfe des Satz von Gauß.

Aufgabe 5 **4 Punkte**

Das zeitlich gemittelte Potential $\Phi(\vec{r})$ eines Wasserstoffatoms ist gegeben durch

$$\Phi(\vec{r}) = q\frac{\mathrm{e}^{-\alpha r}}{r}\left(1 + \frac{\alpha r}{2}\right) \ . \tag{7}$$

Dabei ist q der Betrag der Elektronenladung und $\alpha^{-1} \equiv a_0/2$ der halbe Bohrsche Radius. Bestimmen Sie die Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ und interpretieren Sie Ihr Ergebnis physikalisch.

Hinweis: Der Laplace Operator in Kugelkoordinaten ist gegeben durch

$$\triangle\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi} \ , \tag{8}$$

wobei $\Phi(\vec{r})$ ein differenzierbares Skalarfeld ist.

Bitte schreiben Sie auf die erste Seite des Übungsblattes Ihre Namen, Matrikelnummer und die Nummer Ihres Tutoriums.