Klassische Theoretische Physik III
Elektrodynamik WS 18/19

Institut für Kernphysik, KIT

Prof. T. Schwetz-Mangold, Dr. O. Fischer, A. Pargner

4. Übung — Besprechung: 14.11.18

Aufgabe 1 — 3 Punkte

Betrachten Sie die Greensfunktion:

$$\Delta G(\vec{r}, \vec{r'}) = -4\pi\delta^3(\vec{r} - \vec{r'})\,, \tag{1}$$

mit der Dirichlet Randbedingung

$$G(\vec{r}, \vec{r'}) = 0 \qquad \text{für} \qquad \vec{r'} \in A\,, \tag{2}$$

wenn A der Rand des Volumens V ist. Zeigen Sie, dass gilt:

$$G(\vec{r}, \vec{r'}) = G(\vec{r'}, \vec{r})\,. \tag{3}$$

Verwenden Sie hierzu den zweiten Greenschen Integralsatz (z.B. Blatt 2 Aufgabe 1d) mit $\Phi_1 \to G(\vec{r}_1, \vec{r'})$ und $\Phi_2 \to G(\vec{r}_2, \vec{r'})$.

2 Punkte

Aufgabe 2 — 7 Punkte

Betrachten Sie einen massiven, homogen geladenen, unendlich langen Kreiszylinder mit Radius R und konstanter Ladungsdichte ρ_0.

a) Berechnen Sie das elektrische Feld mit Hilfe des Satz von Gauß. Überlegen Sie sich zunächst die aufgrund der Symmetrie des Systems zu erwartende Feldverteilung.

3 Punkte

b) Berechnen Sie nun die elektrische Feldstärke indem Sie die Poisson Gleichung für das Potential Φ lösen und $\vec{E} = -\text{grad}\Phi$ bestimmen.

Hinweis 1: Der Laplace Operator in den Zylinderkoordinaten (ϱ,φ,z) ist

$$\triangle\Phi = \frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial\varrho}\left(\varrho\frac{\partial\Phi}{\partial\varrho}\right) + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\ . \tag{4}$$

Hinweis 2: Beachten Sie, dass das elektrische Potential $\Phi(\vec{r})$ und seine Ableitung $\Phi'(\vec{r})$ stetig sind. Beachten Sie auch, dass für eine homogene Ladungsdichte das Potential nicht singulär sein darf.

3 Punkte

c) Skizzieren Sie die elektrische Feldstärke $\vec{E}(\vec{r})$ und das Potential $\Phi(\vec{r})$ als Funktion der Koordinate ϱ.

1 Punkt

Aufgabe 3 **6 Punkte**

Wir berechnen das elektrische Feld $\vec{E}$ am Punkt P über einer unendlichen, geladenen Platte. Wir können die Platte als Anordnung von unendlich vielen Punktladungen q betrachten. Die Position der Punktladungen bestimmen wir durch die Koordinaten x und y auf der Platte. Das elektrische Feld erhalten wir dank des Superpositionsprinzips als Summe der Felder aller Punktladungen.

a) Machen Sie sich an Hand einer Skizze klar, dass das elektrische Feld $\vec{E}$ an jedem Punkt über der Platte senkrecht zur Oberfläche steht.

Hinweis: Das elektrische Feld einer Punktladung q ist gegeben durch

$$\vec{E}_q = \frac{q}{r^2}\hat{e}_r \ . \tag{5}$$

Betrachten Sie zunächst die vektorielle Superposition der elektrischen Felder zweier Punktladungen q, die gleich weit von einem Punkt P entfernt sind.

2 Punkte

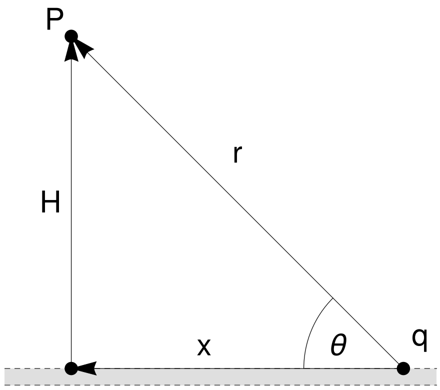

Abbildung 1: Skizze zum elektrischen Feld der Punktladung q am Punkt P. Der Punkte P befindet sich in der Höhe H über der Platte. Die Position der Punktladung q ist durch die Koordinaten x und y bestimmt. Beachten Sie, dass es sich bei der Skizze um eine Projektion in die x Ebene handelt.

b) Betrachten Sie die Skizze in Abb 1. Machen Sie sich mit ihrem Ergebnis aus Aufgabenteil a) klar, dass das elektrische Feld der Punktladung q am Punkt P effektiv gegeben ist durch

$$E_q = \frac{q}{r^2}\sin\theta \tag{6}$$

und senkrecht auf der Oberfläche steht. Drücken Sie nun r und $\sin\theta$ durch die Koordinaten x und y der Punktladung q und die Höhe H des Punktes P aus.

Hinweis: Das Ergebnis lautet

$$E_q(x,y) = q\frac{H}{(x^2+y^2+H^2)^{3/2}} \ . \tag{7}$$

1 Punkt

c) Bestimmen Sie nun das elektrische Feld E am Punkt P in dem Sie über alle Punktladungen q summieren. D.h. berechnen Sie

$$E = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} E_q(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \ . \tag{8}$$

Hinweis: Das Ergebnis lautet

$$E = 2\pi q \ . \tag{9}$$

3 Punkte

Aufgabe 4 **4 Punkte**

Sie haben nun in verschiedenen Aufgaben das elektrische Feld einer Punktladung, einer eindimensionalen und einer zweidimensionalen Ladungsverteilung berechnet. Betrachten Sie den Satz von Gauß,

$$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{f} \sim Q_{\mathrm{in}}\,, \tag{10}$$

mit Q_{in} der im Volumen eingeschlossenen Ladung, und Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse geometrisch.

Hinweis: Überlegen Sie sich, welche Oberfläche welche Ladungsverteilung einschliesst.

Bitte schreiben Sie auf die erste Seite des Übungsblattes Ihre Namen, Matrikelnummer und die Nummer Ihres Tutoriums.