

**Klassische Theoretische Physik III WS 2020/2021**

Prof. Dr. M. Garst

**Blatt 7**

Dr. B. Narozhny

**Abgabe 18.12.2020, Besprechung 22-23.12.2020**

---

**1. Multipolentwicklung:**

(30 Punkte)

Zwei Kreisringe [Radius  $R$  und Mittelpunkt  $(0, 0, a)$  bzw.  $(0, 0, -a)$ ] sind homogen mit der Ladung  $q_1$  bzw.  $q_2$  geladen und liegen in den Ebenen  $z = a$  bzw.  $z = -a$ . Berechnen Sie das Potential als Multipolentwicklung in Kugelkoordinaten bis einschließlich dem Quadrupolterm im Bereich  $r \gg \sqrt{R^2 + a^2}$ . Welche Terme verschwinden für  $q_1 = q_2$ , bzw.  $q_1 = -q_2$ ?

**2. Entdeckung der Elektronen:**

(20 Punkte)

Im Jahre 1897 “entdeckte” J. J. Thomson das Elektron durch Messung des Ladungs-Masse-Verhältnisses von “Kathodenstrahlen” (Elektronenströme mit Ladung  $q$  und Masse  $m$ ).

- (a) Zuerst führte er den Strahl durch gleichmäßige gekreuzte elektrische und magnetische Felder,  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  (gegenseitig und beide senkrecht zum Strahl) und justierte das elektrische Feld so lange, bis er keine Ablenkung mehr hatte. Wie hoch war die Geschwindigkeit der Teilchen in Bezug auf  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$ ?
- (b) Dann schaltete er das elektrische Feld aus und maß den Radius der Krümmung des Strahls  $R$  (abgelenkt durch das Magnetfeld). Wie ist das Verhältnis von Ladung zu Masse ( $q/m$ ) der Teilchen in Bezug auf  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  und  $R$ ?

**3. Schallplatte:**

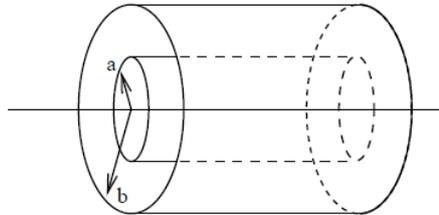
(20 Punkte)

- (a) Eine Schallplatte trägt eine gleichmäßige Dichte “statischer Elektrizität”,  $\sigma$ . Wenn sie sich mit Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  dreht, wie hoch ist die Oberflächenstromdichte in einer Entfernung  $r$  vom Zentrum?
- (b) Eine gleichmäßig geladene Festkörperkugel mit dem Radius  $R$  und der Gesamtladung  $Q$  ist am Ursprung zentriert und dreht sich mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um die  $z$ -Achse. Ermitteln Sie die Stromdichte  $\mathbf{J}$  an einem beliebigen Punkt  $(r, \theta, \phi)$  innerhalb der Kugel.

#### 4. Ampère-Gesetz

(30 Punkte)

Zwei lange, schlanke Spulen mit Radien  $a < b$  sind auf der  $x$ -Achse angeordnet, siehe Skizze. Sie werden jeweils in entgegengesetzten Richtungen vom Strom  $I$  durchflossen. Die innere Spule hat Windungszahl  $n_1$  pro Einheitslänge, die äussere Spule Windungszahl  $n_2$  pro Einheitslänge.



Berechnen Sie das Magnetfeld für die Bereiche:

- (a) innerhalb der inneren Spule,
- (b) zwischen den beiden Spulen,
- (c) außerhalb beider Spulen.

*Hinweis*

Für die Lösung der Aufgabe benutzen wir das Ampère'sche Gesetz

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j},$$

jedoch in der Integralform

$$\oint_C \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 \int d\mathbf{f} \cdot \mathbf{j}.$$

Für eine lange schlanke Spule ist das Magnetfeld im Inneren der Spule homogen und parallel zur  $x$ -Achse ausgerichtet, sofern man weit genug von deren Ende entfernt ist. Das Feld außerhalb der Spule muss null sein, damit das Magnetfeld im Unendlichen verschwindet.