

Klassische Theoretische Physik III WS 2020/2021

Prof. Dr. M. Garst

Blatt 11

Dr. B. Narozhny

Abgabe 29.01.2021, Besprechung 02-03.02.2021

1. Magnetische Dipol- und elektrische Quadrupolstrahlung: (30 Punkte)

Das Vektor-Potential des Strahlungsfeldes erzeugt von einer Stromverteilung $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{j}_0(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ in der Fernzone ist gegeben durch

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = A_0(\mathbf{r})e^{-i\omega t}, \quad \mathbf{A}_0(\mathbf{r}) = \frac{e^{ikr}}{cr} \mathbf{g}(k\mathbf{n}) + \mathcal{O}(r^{-2}), \quad \mathbf{g}(k\mathbf{n}) = \int d^3r' \mathbf{j}_0(\mathbf{r}') e^{-ik\mathbf{n}\mathbf{r}'},$$

Dabei $\mathbf{n} \equiv \mathbf{r}/r$ und $k = \omega/c$. In der Vorlesung haben wir die elektrische Dipol-Strahlung betrachtet, wobei wir den Exponenten $e^{-ik\mathbf{n}\mathbf{r}'}$ entwickelt haben und nur der erste Term berücksichtigt wurde

$$e^{-ik\mathbf{n}\mathbf{r}'} \approx 1 - ik\mathbf{n}\mathbf{r}' + \dots \quad \Rightarrow \quad \mathbf{g}(k\mathbf{n}) \approx \mathbf{g}^{(0)}(k\mathbf{n}) = \int d^3r' \mathbf{j}_0(\mathbf{r}').$$

Hier soll der Einfluss des nächsten Termes dieser Entwicklung betrachtet werden

$$\mathbf{g}(k\mathbf{n}) \approx \mathbf{g}^{(0)}(k\mathbf{n}) - ik\mathbf{g}^{(1)}(k\mathbf{n}); \quad \mathbf{g}^{(1)} = \int d^3r' (\mathbf{n}\mathbf{r}') \mathbf{j}_0(\mathbf{r}').$$

(a) Zeigen Sie, dass die folgende Relation gilt

$$\mathbf{g}^{(1)} = -c\mathbf{n} \times \mathbf{m}_0 - \frac{i\omega}{6} \sum_{lp} n_l Q_{0,lp} \mathbf{e}_\rho - \frac{i\omega}{6} \mathbf{n} \int d^3r' (r')^2 \rho_0(\mathbf{r}'),$$

wobei \mathbf{m}_0 die Amplitude des oszillierenden magnetischen Momentes, $Q_{0,lp}$ die Amplitude des elektrischen Quadrupolmomentes, und ρ_0 die Amplitude der Ladungsdichte sind.

(b) Zeigen Sie, dass der dritte Term in $\mathbf{g}^{(1)}$ kein elektrisches oder magnetisches Feld erzeugt.

2. Sonnenlicht:

(15 Punkte)

Die Intensität des Sonnenlichts, das auf die Erde trifft, beträgt etwa 1300 W/m^2 .

- Wenn das Sonnenlicht auf einen perfekten Absorber trifft, welchen Druck übt es dann aus?
- Wie sieht es mit einem perfekten Reflektor aus?
- Welchen Anteil des atmosphärischen Drucks macht das aus?

3. Teilchen und elektromagnetische Wellen:

(40 Punkte)

Betrachten Sie ein Teilchen der Ladung q und der Masse m , das sich in der xy -Ebene als Reaktion auf eine sich in z -Richtung ausbreitende, linear polarisierte elektromagnetische Welle bewegt.

- (a) Vernachlässigen Sie die magnetische Kraft und bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Teilchens als Funktion der Zeit. (Nehmen Sie an, dass die Durchschnittsgeschwindigkeit gleich Null ist.)
- (b) Berechnen Sie nun die resultierende Magnetkraft auf das Teilchen.
- (c) Zeigen Sie, dass die (zeitlich) durchschnittliche Magnetkraft Null ist.

Das Problem bei diesem naiven Modell für den Lichtdruck ist, dass die Geschwindigkeit um 90° phasenverschoben zu den Feldern ist. Damit Energie absorbiert werden kann, muss es eine Dämpfung der Bewegung der Ladungen geben. Eine solche Dämpfung wird beschrieben durch eine Kraft $F_\gamma = -\gamma mv$ mit der Dämpfungskonstante γ .

- (d) Wiederholen Sie die Aufgabe (a) (ignorieren Sie die exponentiell gedämpfte Transiente) unter Berücksichtigung der Dämpfung.
- (e) Wiederholen Sie die Aufgabe (b) unter Berücksichtigung der Dämpfung und finden Sie die durchschnittliche Magnetkraft die auf das Teilchen wirkt.

4. Maxwell-Spannungstensor:

(15 Punkte)

Finden Sie alle Elemente des Maxwell-Spannungstensors für eine monochromatische ebene Welle, die sich in z -Richtung ausbreitet und in x -Richtung linear polarisiert ist. Ergibt Ihre Antwort einen Sinn? (Denken Sie daran, dass $-T_{ij}$ die Impulsstromdichte darstellt.) Wie hängt die Impulsstromdichte in diesem Fall mit der Energiedichte zusammen?