

Klassische Theoretische Physik III WS 2020/2021

Prof. Dr. M. Garst

Blatt 13

Dr. B. Narozhny

Abgabe 12.02.2021, Besprechung 16-17.02.2021

1. Spiegelladungen im Dielektrikum:

(20 Punkte)

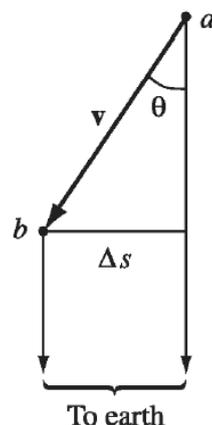
Eine Punktladung q befindet sich auf der z -Achse bei $z = d$. Der Halbraum $z > 0$ wird von einem Dielektrikum mit Dielektrizitätskonstante ϵ_1 ausgefüllt, der Halbraum $z < 0$ von einem Medium mit Dielektrizitätskonstante ϵ_2 .

- Verwenden Sie die Methode der Spiegelladungen, um das elektrostatische Potential im gesamten Raum zu finden. Bestimmen Sie den Wert der Spiegelladungen mit Hilfe der Randbedingungen.
- Bestimmen Sie die induzierte Ladungsverteilung (gegeben durch die Divergenz der Polarisation, $\nabla \cdot \mathbf{P}$), sowie die gesamte induzierte Ladung.

2. Lichtgeschwindigkeit:

(20 Punkte)

Alle 2 Jahre veröffentlicht die New York Times einen Artikel, in dem irgendein Astronom behauptet, ein Objekt gefunden zu haben, das sich schneller als mit Lichtgeschwindigkeit bewegt. Viele dieser Berichte resultieren aus dem Versäumnis, das Gesehene vom Beobachteten zu unterscheiden, d.h. aus dem Versäumnis, die Lichtlaufzeit zu berücksichtigen.



Hier ist ein Beispiel: Ein Stern bewegt sich mit der Geschwindigkeit v in einem Winkel θ zur Sichtlinie (siehe Abbildung). Wie groß ist seine scheinbare Geschwindigkeit über den Himmel? (Nehmen wir an, das Lichtsignal von b erreicht die Erde mit einer Zeitverzögerung Δt später als das Lichtsignal von a . Der Stern hat sich in der Zwischenzeit eine

Strecke Δs über die Himmelskugel bewegt. Mit “scheinbarer Geschwindigkeit” meinen wir $\Delta s/\Delta t$). Welcher Winkel θ ergibt die maximale scheinbare Geschwindigkeit? Zeigen Sie, dass die scheinbare Geschwindigkeit viel größer als c sein kann, auch wenn v selbst kleiner als c ist.

3. Relativistische Elektrodynamik:

(30 Punkte)

In der Vorlesung wurden die allgemeinen Transformationsgesetze für elektromagnetische Felder besprochen. Betrachten Sie jetzt eine Punktladung in gleichförmiger Bewegung.

- Eine Punktladung q ruht im System \mathcal{S}_0 im Ursprung. Wie lautet das elektrische Feld derselben Ladung im System \mathcal{S} , welches sich nach rechts mit der Geschwindigkeit v_0 relativ zu \mathcal{S}_0 bewegt?
- Bestimmen Sie das magnetische Feld einer Punktladung q , die sich mit konstanter Geschwindigkeit \mathbf{v} bewegt.
- Bestätigen Sie, dass das Feld einer gleichförmig bewegten Punktladung dem Gauß'schen Gesetz gehorcht, indem Sie über eine Kugel mit Radius R integrieren, deren Mittelpunkt in der Ladung liegt.
- Bestimmen Sie den Poynting-Vektor einer gleichförmig bewegten Punktladung.
Hinweis: Nehmen Sie an, dass sich die Ladung mit Geschwindigkeit v in z -Richtung bewegt, und berechnen Sie \mathbf{S} zu dem Zeitpunkt, in dem q durch den Ursprung geht.

4. Elektromagnetische Wellen:

(30 Punkte)

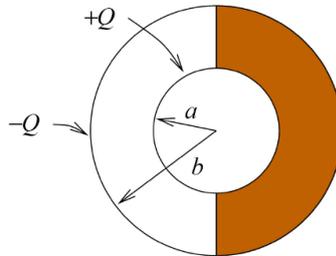
Eine elektromagnetische ebene Welle der Frequenz ω bewegt sich in x -Richtung durch das Vakuum. Sie ist in y -Richtung polarisiert, und die Amplitude des elektrischen Feldes ist E_0 .

- Schreiben Sie das elektrische und magnetische Feld $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ und $\mathbf{B}(x, y, z, t)$ auf.
Hinweis: Stellen Sie sicher, dass Sie alle von Ihnen eingeführten willkürlichen Größen angeben und durch ω und E_0 sowie die Naturkonstanten ausdrücken.
- Dieselbe Welle wird aus dem Inertialsystem $\bar{\mathcal{S}}$ heraus beobachtet, das sich relativ zum ursprünglichen System \mathcal{S} mit Geschwindigkeit v in x -Richtung bewegt. Bestimmen Sie das elektrische und magnetische Feld in $\bar{\mathcal{S}}$ und drücken Sie durch die Koordinaten in $\bar{\mathcal{S}}$ aus : $\bar{\mathbf{E}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t})$ und $\bar{\mathbf{B}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t})$.
Hinweis: Definieren Sie auch hier alle von Ihnen eingeführten willkürlichen Größen.
- Welche Frequenz $\bar{\omega}$ hat die Welle in $\bar{\mathcal{S}}$? Interpretieren Sie dieses Ergebnis. Welche Wellenlänge $\bar{\lambda}$ hat die Welle in $\bar{\mathcal{S}}$? Bestimmen Sie anhand von $\bar{\omega}$ und $\bar{\mathcal{S}}$ die Geschwindigkeit der Wellen in $\bar{\mathcal{S}}$. Entspricht das Ergebnis Ihren Erwartungen?
- Wie groß ist das Intensitätsverhältnis zwischen $\bar{\mathcal{S}}$ und \mathcal{S} ? Als Jugendlicher soll sich Einstein gefragt haben, wie eine elektromagnetische Welle aussehen würde, wenn man mit Lichtgeschwindigkeit neben ihr herlaufen könnte. Was könnten Sie ihm, für den Fall $v \rightarrow c$, über Amplitude, Frequenz und Intensität der Welle sagen?

Bonusaufgabe. Kugelkondensator:

(30 Punkte)

Zwei Leiter in der Form konzentrischer Hohlkugeln mit den Radien a, b mit $a < b$ tragen die Ladung $\pm Q$. Der Raum zwischen den Kugeln ist zur Hälfte mit einem Dielektrikum mit Dielektrizitätskonstante $\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi_e)$ gefüllt.



- Berechnen Sie das elektrische Feld \mathbf{E} im gesamten Raum zwischen den beiden Kugeln.
- Berechnen Sie die Oberflächenladungsdichte der freien Ladungsträger σ_{frei} auf der inneren Kugel.
- Berechnen Sie die durch die Polarisation $\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E}$ induzierte Ladungsdichte σ_{geb} auf der Oberfläche des Dielektrikums bei $r = a$.