

Klassische Theoretische Physik III (Theorie C)

Vorlesung: Prof. Dr. K. Melnikov – Übung: Dr. R. Haindl

Übungsblatt 2

Ausgabe: 31.10.2022 – Abgabe: 7.11.2022 12:00

Saalübung: 8.11.2022 – Tutorium: 9.11.2022

Aufgabe 1: Eigenschaften der δ -Funktion (3 Punkte)

Die Diracsche Deltafunktion ist definiert über folgende Eigenschaften:

$$f(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \delta(t - t_0) f(t), \quad \delta(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \neq 0 \\ \infty & \text{für } x = 0 \end{cases}, \quad (1.1)$$

wobei es sich bei $f(t)$ um eine beliebige stetige Testfunktion handelt. Zeigen Sie, dass folgende Relationen für die Deltafunktion $\delta(x)$ gültig sind:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & \delta(-x) = \delta(x), \quad \text{(ii)} \quad x\delta(x) = 0, \\ \text{(iii)} \quad & \frac{d}{dx}\theta(x) = \delta(x), \quad \theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases}, \\ \text{(iv)} \quad & \delta(ax) = \frac{1}{|a|}\delta(x), \quad \text{(v)} \quad \delta(x^2 - a^2) = \frac{1}{2|a|}(\delta(x - a) + \delta(x + a)). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Hinweis: Multiplizieren Sie mit einer Testfunktion, integrieren Sie von $-\infty$ bis $+\infty$ und berücksichtigen Sie die Definition der Deltafunktion.

Aufgabe 2: Elektrische Kraft gegen Gravitationskraft (2 Punkte)

Wir betrachten ein Wasserstoffatom, das aus zwei geladenen Teilchen, dem Elektron und dem Proton, besteht. Diese Teilchen werden wie punktförmige Teilchen behandelt und haben eine Distanz von $r = 0.53 \cdot 10^{-10}$ m zueinander. Das Elektron hat eine Ladung von $-1.60 \cdot 10^{-19}$ C und eine Masse von $9.11 \cdot 10^{-31}$ kg. Das Proton hat die entgegengesetzte Ladung $+1.60 \cdot 10^{-19}$ C und eine Masse von $1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.

- Berechnen Sie die Gravitationskraft und die elektrische Kraft, die von einem Teilchen auf das andere ausgeübt wird, und finden Sie daraus das relative Verhältnis der beiden Kräfte. Welchen Schluss können Sie aus dem Verhältnis ziehen.
- Wiederholen Sie die vorherige Berechnung für ein Proton und die Erde ($m_{\oplus} = 5.97 \cdot 10^{24}$ kg, $q_{\oplus} = -4.5 \cdot 10^5$ C, $R_{\oplus} = 6.37 \cdot 10^6$ m).

Aufgabe 3: Elektrisches Feld von Ring und Scheibe (3 Punkte)

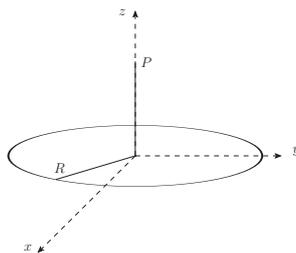


Abbildung 1: Schleife.

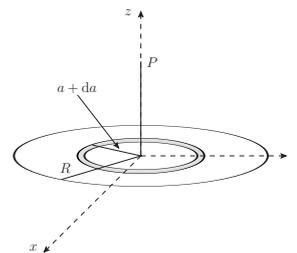


Abbildung 2: Scheibe.

- Bestimmen Sie das elektrische Feld in einem Punkt P oberhalb des Zentrums einer kreisförmigen Schleife des Radius R (Abbildung 1), die eine gleichförmige Linienladung λ trägt.
- Was passiert wenn $R \rightarrow \infty$? Was passiert falls $z \gg R$?
- Wiederholen Sie die Berechnung aus (a) aber für eine Scheibe statt des Ringes (Abbildung 2). Die Scheibe hat die homogene Ladungsdichte σ . *Hinweis:* Wiederverwerten Sie das Ergebnis aus (a) und dass $\sigma da = \lambda$.
- Zeigen Sie, dass das elektrische Feld in z -Richtung eine Diskontinuität von $\frac{q}{\pi\epsilon_0 R^2}$ an der Stelle $z = 0$ hat. q ist die totale Ladung der Scheibe.

Aufgabe 4: Elektrisches Feld von Kugeln (2 Punkte)

- Betrachten Sie eine gleichförmig geladene Kugel mit Ladungsdichte ρ und Radius R . Bestimmen Sie die totale Ladung Q .
- Bestimmen Sie mit dem Gauß'schen Gesetz (wird am Mittwoch 2.11 in der Vorlesung vorgestellt) das elektrische Feld im Inneren der Kugel.

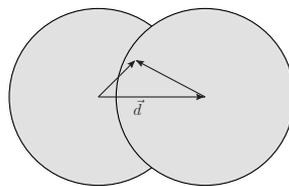


Abbildung 3: Überlappende, geladene Kugeln.

- Betrachten Sie jetzt noch eine Kugel mit Radius R aber Ladungsdichte $-\rho$. Die Kugeln werden so angeordnet, dass sie teilweise überlappen, siehe Abbildung 3. Der Vektor vom positiven zum negativen Zentrum bezeichnen wir \vec{d} . Zeigen Sie, dass das Feld im Überlappungsbereich konstant ist und bestimmen Sie seine Richtung und seinen Wert. *Hinweis:* Benutzen Sie das Superpositionsprinzip.