Klassische Theoretische Physik III (Theorie C)

Vorlesung: Prof. Dr. K. Melnikov – Übung: Dr. R. Haindl

Übungsblatt 5

Ausgabe: 21.11.2022 – Abgabe: 28.11.2022 12:00

Saalübung: 29.11.2022 – Tutorium: 30.11.2022

Aufgabe 1: Energie einer Kugel (2 Punkte)

Eine geladene Kugel mit Radius R trägt die Ladungsdichte $\rho(r) = kr$, wobei k eine Konstante ist. In dieser Aufgabe müssen Sie die Energie der Kugel auf zwei verschiedene Arten berechnen.

(a) Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ innerhalb und ausserhalb der geladenen Kugel. Berechnen Sie die Energie W der Kugel mittels der Gleichung,

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int \mathrm{d}^3\vec{r}\, E^2(\vec{r})\,. \tag{1.1}$$

(b) Bestimmen Sie zunächst das elektrische Potential. Berechnen Sie anhand dieses Potentials die Energie erneut um ihr Resultat aus der Teilaufgabe (a) zu überprüfen.

Aufgabe 2: Potenzial zwei unendlich langer Drähte (3 Punkte)

Betrachten Sie zwei unendlich lange Drähte gemäss Abbildung 1.

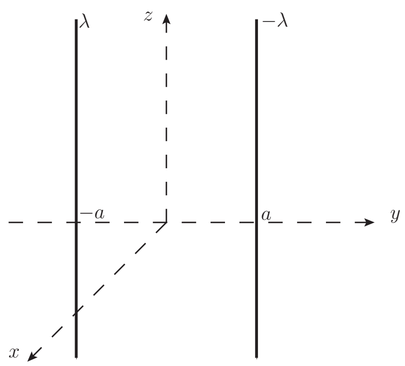

Abbildung 1: Zwei unendlich lange parallele Drähte in der y-z-Ebene, die jeweils eine Distanz $\pm a$ von der z-Achse entlang der y-Achse entfernt sind und eine Ladungsdichte $\mp\lambda$ aufweisen.

(a) Bestimmen und skizzieren Sie das elektrische Feld.

(b) Drücken Sie die Ladungsverteilung durch Delta-Funktionen aus. *Hinweis:* Um die Proportionalitätskonstante zu bestimmen, können Sie ein endliches Stück des Drahts mit der Länge L betrachten.

(c) Berechnen Sie das Potential an einem beliebigen Punkt (x, y, z). *Hinweis:* Sie können entweder ein Linienintegral über das elektrische Feld oder ein Volumenintegral über die Ladungsverteilung ausführen.

(d) Zeigen Sie, dass die Äquipotentialflächen Zylinder mit kreisförmigen Querschnitt sind (die einzige Ausnahme ist die x-z-Ebene). Bestimmen Sie die Achse und den Radius der Zylinder.

Aufgabe 3: Kapazität eines fast parallelen Kondensators (5 Punkte)

Betrachten Sie einen nicht ganz parallelen Plattenkondensator wie in Abbildung 2 dargestellt. Vernachlässigen Sie Randeffekte und nehmen Sie an, dass eine Spannungsdifferenz V zwischen den Platten vorhanden ist.

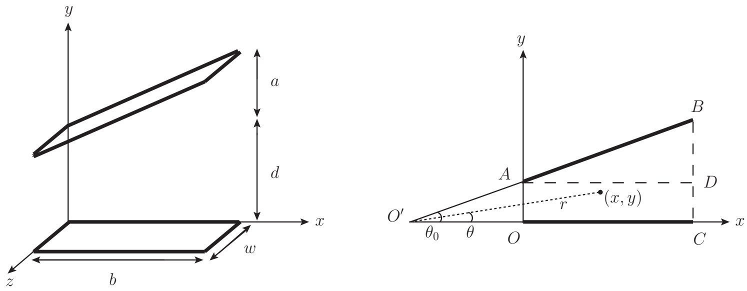

Abbildung 2: Kondensator mit ebenen Platten. Die untere Platte liegt in der x-z-Ebene. Die obige Platte ist orthogonal zur x-y-Ebene und um einen Winkel θ_0 relativ zur unteren Platte gedreht. Die Platten haben eine rechteckige Form mit Länge b und Breite w.

(a) Nehmen Sie an, dass die Schnittgerade der Ebenen definiert durch die zwei Platten die x-Achse bei O' schneidet. Definieren Sie ein zylindrisches System mit den Koordinaten (r, θ, z'), wobei r die Distanz von O' zu einem Punkt auf der Platte ist und θ definiert ist als der Winkel relativ zur x-Achse. Die z'-Achse geht durch den Punkt O' und ist parallel zur z-Achse. Von welchen Variablen hängt das Potential φ innerhalb des Kondensators ab?

(b) Schreiben Sie die Laplace Gleichung auf, die durch das Potential innerhalb des Kondensators erfüllt ist. Lösen Sie die Laplace Gleichung und drücken Sie das Potential φ durch V und dem Winkel zwischen den beiden Platten, θ_0, aus.

(c) Bestimmen Sie das elektrische Feld innerhalb des Kondensators.

(d) Drücken Sie die Distanz $\overline{OO'}$ und den Winkel θ_0 durch die Variablen aus, die in der Aufgabenstellung gegeben sind. (O entspricht dem linken Rand der unteren Platte).

(e) Betrachten Sie einen beliebigen Punkt im Kondensator mit den Koordinaten $(x, y, 0)$. Finden Sie den entsprechenden Winkel θ und drücken Sie das Potential durch x und y aus.

(f) Sei Q die Gesamtladung der unteren Platte. Finden Sie die Ladungsdichte σ der unteren Platte als Funktion von x und den Konstanten, die in der Aufgabenstellung gegeben sind. Berechnen Sie die Kapazität des Systems.

(g) Berechnen Sie die Energie, die in dem Kondensator gespeichert ist.