Klassische Theoretische Physik III (Theorie C)

Vorlesung: Prof. Dr. K. Melnikov – Übung: Dr. R. Haindl

Übungsblatt 10

Ausgabe: 9.1.2023 – Abgabe: 16.1.2023 12:00

Saalübung: 17.1.2023 – Tutorium: 18.1.2023

Aufgabe 1: Magnetisches Dipole auf einer Platte (4 Punkte)

Betrachten Sie eine Platte in der y-z-Ebene, die im Bereich $x \in [-a, a]$ die Stromdichte $\vec{J} = (0, 0, J_0)$ trägt. Im Ursprung des Koordinatensystems liegt ein magnetischer Dipol $\vec{m} = (m_0, 0, 0)$.

(a) Berechnen Sie die Kraft, die auf den Dipol wirkt.

(b) Wiederholen Sie die Aufgabe, aber diesmal für einen Dipol mit $\vec{m} = (0, m_0, 0)$.

Im elektrostatischen Fall gilt,

$$\vec{F} = \vec{\nabla}\big(\vec{p} \cdot \vec{E}\big) = \big(\vec{p} \cdot \vec{\nabla}\big)\vec{E}\,. \tag{1.1}$$

(c) Überprüfen Sie die zweite Relation in Gleichung 1.1.

(d) Argumentieren Sie, ob ein Analogon zu Gleichung 1.1 im magnetostatischen Fall existiert. Berechnen Sie $(\vec{m} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}$ für die beiden obengenannten magnetischen Dipole.

Aufgabe 2: Magnetisches Feld im Zylinder (2 Punkte)

Ein langer kreisförmiger Zylinder mit Radius R und der Länge L, welcher entlang der z-Achse gerichtet ist, trägt die Magnetisierung $\vec{M} = kr^2\,\vec{e}_\phi$, wobei $\vec{e}_\phi$ der azimuthale Einheitsvektor ist, k eine Konstante ist und r die Distanz zur z-Achse bezeichnet.

(a) Bestimmen Sie das magnetische Feld innerhalb and außerhalb des Zylinders.

Betrachten Sie nun den Fall, wo der kreisförmige Zylinder eine statisch gleichförmige Magnetisierung hat die entlang der z-Achse gerichtet ist.

(b) Berechnen Sie den Strom auf der Oberfläche.

Aufgabe 3: Magnetisches Dipole (4 Punkte)

Wir betrachten einen magnetischen Dipol innerhalb eines Magnetfeldes $\vec{B}$.

(a) Zeigen Sie, dass die Energie des Dipols durch

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B}\,, \tag{3.1}$$

gegeben ist.

Betrachten Sie jetzt den Fall mit zwei magnetischen Dipolen m_1 and m_2, die auf einer Ebene liegen und eine Distanz r voneinander entfernt sind.

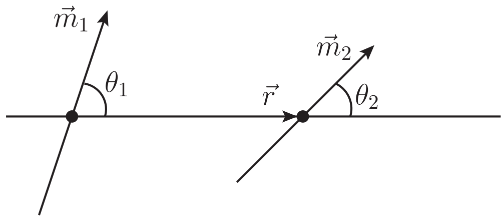

Abbildung 1: Zwei magnetische Dipole m_1 und m_2 die eine Distanz r voneinander entfernt sind und jeweils die Winkel θ_1 und θ_2 relativ zur gezeichneten Achse haben.

(b) Zeigen Sie, dass die Wechselwirkungsenergie zwischen den beiden Dipolen durch

$$U = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^3} \left[\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2 - \frac{3}{r^2} \left(\vec{m}_1 \cdot \vec{r} \right) \left(\vec{m}_2 \cdot \vec{r} \right) \right]\,, \tag{3.2}$$

gegeben ist.
[Hinweis: es kann hilfreich sein, die Relation $\vec{m} = m \cos\theta\, \vec{e}_r - m \sin\theta\, \vec{e}_\theta$ zu benutzen.]

(c) Drücken Sie die Energie durch die Winkel θ_1 und θ_2 aus, siehe Abbildung 1. Bestimmen Sie die stabile Konfiguration der zwei Dipole, sodass die relative Distanz fixiert ist, aber die Dipole rotieren können.
[Hinweis: die Relation $\cos(\theta_1 - \theta_2) = \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2$ kann hilfreich sein.]

(d) Betrachten Sie jetzt eine große Anzahl von Dipolen die entlang einer geraden Linie liegen, die jeweils durch ein Intervall von d getrennt sind. In Abwesenheit eines Magnetfeldes, beschreiben Sie qualitativ, wie die einzelnen Dipole sich richten würden.