KIT Karlsruher Institut für Technologie

WS 22/23

Klassische Theoretische Physik III (Theorie C)

Vorlesung: Prof. Dr. K. Melnikov – Übung: Dr. R. Haindl

Übungsblatt 13

Ausgabe: 30.1.2023 – Abgabe: 6.2.2023 12:00

Saalübung: 7.2.2023 – Tutorium: 8.2.2023

Aufgabe 1: Eindringtiefe (3 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die Eindringtiefe in einem schlechten Leiter ($\sigma \ll \omega\epsilon$) in erster Nährung unabhängig von der Frequenz ist. Was ist die Eindringtiefe für reines Wasser? ($\sigma \approx 0.4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\Omega m}$, $\epsilon \approx 81\epsilon_0$, $\mu \approx \mu_0$)

(b) Berechnen Sie die Eindringtiefe (in erster Nährung) in einem guten Leiter ($\sigma \gg \omega\epsilon$). Warum ist Silber ($\sigma = 6.3 \cdot 10^7 \frac{1}{\Omega m}$) undurchsichtig ($\omega \approx 10^{15}$ Hz)? Nehmen Sie an, dass $\epsilon \approx \epsilon_0$, $\mu \approx \mu_0$.

(c) Bestimmen Sie das Verhältnis zwischen der (zeitlich gemittelten) Energiedichte der elektrischen und magnetischen Feldern (siehe Vorlesung) in Silber für grünes Licht ($\omega = 5.5 \cdot 10^{14}$ Hz). Nehmen Sie an, dass $\epsilon \approx \epsilon_0$, $\mu \approx \mu_0$.

(d) Berechnen Sie den Reflexionskoeffizienten für grünes Licht, das senkrecht an einer Grenzfläche zwischen Luft und Silber fällt ($\mu_2 = \mu_1 = \mu_0$). Bemerken Sie, dass der Fresnel-Parameter,

$$\beta = \frac{\mu_1 c}{\mu_2 \omega} \tilde{k}_2 \,, \tag{1.1}$$

komplex ist da die Wellenzahl $\tilde{k} = k + i\kappa$ ist.

Aufgabe 2: Geführte Wellen (3 Punkte)

Wir betrachten elektromagnetische Wellen, die auf das Innere des Hohlraums eines Rohrs oder Wellenleiters beschränkt sind. Wenn $\vec{E} \cdot \vec{e}_z = 0$ ist, nennen wir diese TE-Wellen (transversal-elektrische Wellen). Wenn $\vec{B} \cdot \vec{e}_z = 0$, bezeichnen wir sie als TM-Wellen (transversal-magnetische Wellen). Wenn sowohl $\vec{E} \cdot \vec{e}_z = 0$ als auch $\vec{B} \cdot \vec{e}_z = 0$ gilt, nennen wir sie TEM-Wellen (transversalelektromagnetische Wellen). In dieser Übung soll gezeigt werden, dass eine koaxiale Übertragungsleitung, bestehend aus einem langen geraden Draht mit Radius a die von einer zylindrischen leitenden Hülle mit Radius b umgeben ist (siehe Abbildung 1), TEM Moden tragen kann.

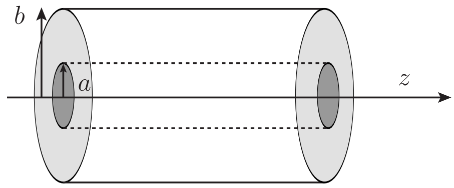


Abbildung 1: Koaxiale Übertragungsleitung bestehend aus einem langen geraden Draht mit Radius a und einer zylindrischen leitenden Hülle mit Radius b.

(a) Nehmen Sie an, dass in Zylinderkoordinaten das vorliegende elektrische und magnetische Feld geschrieben werden kann als

$$\vec{E} = \vec{E}(\rho, \phi, z, t) = E_0 \frac{\cos(kz - \omega t)}{\rho}\, \vec{e}_\rho\,, \tag{2.1}$$

$$\vec{B} = \vec{B}(\rho, \phi, z, t) = \frac{E_0}{c} \frac{\cos(kz - \omega t)}{\rho}\, \vec{e}_\phi\,, \tag{2.2}$$

wobei E_0 eine Konstante ist und $k = \omega/c$ (mit Lichtgeschwindigkeit c). Zeigen Sie, dass $\vec{E}$ und $\vec{B}$ die Maxwell'schen Gleichungen im Inneren des Wellenleiters erfüllen.

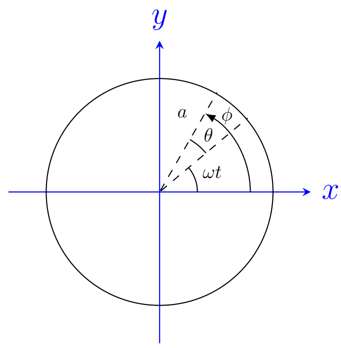
(b) Schreiben Sie die Randbedingungen auf und überprüfen Sie explizit, dass diese erfüllt sind.

(c) Bestimmen Sie die Ladungsdichte $\lambda(z, t)$ und den Strom $I(z, t)$ auf dem inneren Leiter.

(d) Was können Sie über die Oberflächenladung und den Oberflächenstrom auf der Innenseite des Außenleiters schliessen? (Keine Berechnung erforderlich).

Aufgabe 3: Rotierende Linienladung (4 Punkte)

Auf einen Plastikring mit Radius a kleben Sie eine Ladung, sodass die Linienladungsdichte $\lambda = \lambda_0 |\sin(\theta/2)|$ beträgt, wobei λ_0 eine Konstante ist. Dann lassen Sie diesen Ring mit der Winkelgeschwindigkeit ω um seine Achse rotieren (siehe Abbildung rechts). Bestimmen Sie die (exakten) skalaren und Vektorpotentiale im Mittelpunkt des Rings.



[Hinweis: Die Identitäten $\sin\alpha\,\sin\beta = [\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]/2$ *und* $\sin\alpha\,\cos\beta = [\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)]/2$ *könnten hilfreich sein.]*