

Klassische Theoretische Physik III (Theorie C)

Vorlesung: Prof. Dr. K. Melnikov – Übung: Dr. R. Haindl

Übungsblatt 14

Ausgabe: 6.2.2023 – Abgabe: 13.2.2023 12:00

Saalübung: 14.2.2023 – Tutorium: 15.2.2023

Für dieses Übungsblatt werden insgesamt 15 Punkte verteilt. Bei 10 Punkten zählt das Übungsblatt als vollständig gelöst. Jegliche Punkte darüber hinaus zählen als Bonuspunkte für den Übungsschein.

Aufgabe 1: Felder bei Stromänderung (3 Punkte)

Ein unendlicher gerader Draht trägt den Strom,

$$I(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t \leq 0, \\ kt & \text{for } t > 0. \end{cases} \quad (1.1)$$

- (a) Bestimmen Sie das erzeugte Vektorpotential.
- (b) Berechnen Sie das elektrische and magnetische Feld.

Aufgabe 2: Zirkulierende Ladung (5 Punkte)

Ein Teilchen der Ladung q bewegt sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω auf einem Kreis mit Radius a . Der Kreis befindet sich in der x - y -Ebene und hat seinen Mittelpunkt im Ursprung. Die Ladung befindet sich zur Zeit $t = 0$ auf der positiven x -Achse.

- (a) Bestimmen Sie die Liénard-Wiechert-Potenziale für Punkte auf der z -Achse.
- (b) Bestimmen Sie die im Mittelpunkt des Kreises herrschenden elektrischen und magnetischen Felder. *Hinweis:* Das magnetische Feld ist

$$\vec{B}(t, \vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a} \frac{\omega}{c^2} \vec{e}_z. \quad (2.1)$$

- (c) Statt einer Punktladung betrachten wir jetzt einen gleichmäßig geladenen Kreis, d.h. $q \rightarrow 2\pi a\lambda$. Bestimmen Sie die Linienladung λ um einen stationären Strom I zu erzeugen. Kontrollieren Sie, dass Ihr Ergebnis für das magnetische Feld im Mittelpunkt mit dem Biot-Savart Gesetz übereinstimmt.

Aufgabe 3: Das Bohrsche Atommodell (2 Punkte)

Nach dem Bohrschem Modell besteht das Wasserstoff Atom aus einem Elektron im Grundzustand das den Atomkern in einer geschlossenen Bahn mit Radius $r_0 = 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ umkreist und durch die Coulomb Kraft angezogen wird. Nach den Gesetzen der klassischen Elektrodynamik, sollte dieses Elektron abstrahlen und in den Atomkern hineinfallen.

- Berechnen Sie das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit des Elektrons und der Lichtgeschwindigkeit c am Anfang der Bewegung, das heisst bei $r = r_0$. Berechnen Sie das selbe Verhältnis bei einem Radius $r = 1/100 r_0$. Befinden wir uns im nicht-relativistischen Bereich?
- Bestimmen Sie die Lebensdauer des Bohrschen Atoms, in der Annahme, dass jeder Umlauf kreisförmig ist.

Aufgabe 4: Rotierender Dipol (5 Punkte)

Ein *rotierender* elektrischer Dipol kann als Überlagerung zweier *schwingender* Dipole betrachtet werden, einer entlang der x -Achse und der andere entlang der y -Achse (Abbildung 1), wobei letzterer um $\pi/2$ außer Phase ist,

$$\vec{p} = p_0 [\cos(\omega t)\vec{e}_x + \cos(\omega t - \pi/2)\vec{e}_y] . \quad (4.1)$$

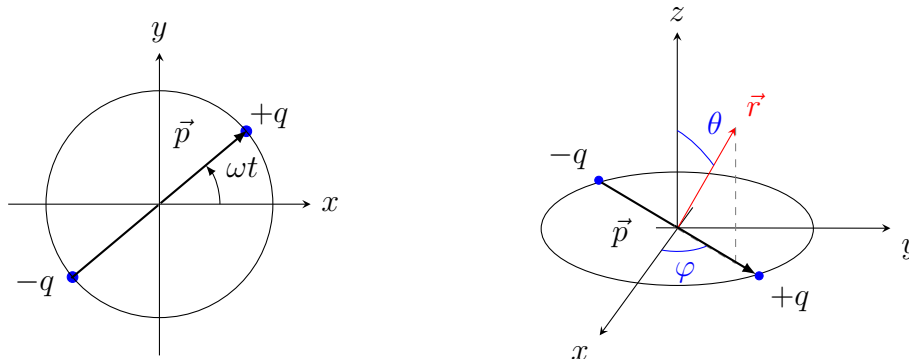


Abbildung 1: Rotierender Dipol in der x - y -Ebene mit Winkelgeschwindigkeit ω . Der azimuthale Winkel zu einer fixen Zeit t ist gegeben als $\varphi = \omega t$. Der Beobachtungspunkt liegt bei \vec{r} .

- Bestimmen Sie mithilfe des Superpositionsprinzips die Felder des rotierenden Dipols in der Strahlungszone, d.h. $r \gg d \gg c/\omega$ wobei d die Ausdehnung des Dipols ist, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ die Distanz zum Beobachtungspunkt und ω die Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Dipols ist. In der Vorlesung wurden

die Felder eines *schwingenden* Dipols \vec{p}' in der Strahlungszone hergeleitet,

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}, t) &= \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \frac{\vec{p}' - (\vec{p}' \cdot \vec{n})\vec{n}}{r} \cos(\omega\tau), \\ \vec{B}(\vec{r}, t) &= \frac{\vec{n} \times \vec{E}}{c},\end{aligned}\tag{4.2}$$

mit $\tau = t - r/c$ und $\vec{n} = \vec{r}/r$.

- (b) Bestimmen Sie den Poynting-Vektor und die Strahlungsintensität.
[Hinweis: Es könnte hilfreich sein $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$ zu benutzen.]
- (c) Berechnen Sie die gesamte abgestrahlte Leistung. Ist die Antwort sinnvoll? (Beachten Sie, dass die Leistung, die in den Feldern *quadratisch* auftritt, das Superpositionsprinzip nicht erfüllt. Können Sie erklären, wieso das in diesem Zusammenhang doch der Fall zu sein scheint?)