

① Die beschriebene Ladungsanordnung kann erzeugt werden, indem jeweils jede Ladung aus dem Unendlichen zur Position $\vec{r}_i$ gebracht wird. Hierfür wird die Arbeit $W_i = \int_{-\infty}^{\vec{r}_i} q_i \vec{E} d\vec{s}$ aufgewandt.

Da es sich um eine unendliche Kette handelt, müssen wir nur die Arbeit betrachten, die verrichtet werden muss, um eine Ladung zur unendlichen Kette hinzuzufügen. Außerdem gilt: $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \Rightarrow W_i = \int_{-\infty}^{\vec{r}_i} q_i \vec{E} d\vec{s} = q_i \phi(r_i) - q_i \underbrace{\phi(-\infty)}_{\phi(\pm\infty)=0}$.

Die Arbeit entspricht also der potentiellen Energie der Ladung q_0 bei $\vec{r}_0$.

$$q_1: \phi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}$$

$$q_2 \text{ nach } r_2: W_2 = q_2 \phi_1(r_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad \vec{r}_1 = 1a \hat{e}_x \quad q_i = (-1)^i q \quad +4$$

Allgemein ergibt sich für q_{-n} bis q_n : **Woher kommt das? -2**

$$\phi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=-n}^n \frac{q_i}{|x\hat{e}_x - 1a\hat{e}_x|} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\sum_{i=1}^n \frac{(-1)^{-i}}{|x-a|} + \sum_{i=1}^n \frac{(-1)^i}{|x-a|} \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{(-1)^i}{|x-a|} \quad +1$$

$$\text{Es existiert die Potenzreihe } \log(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} x^k$$

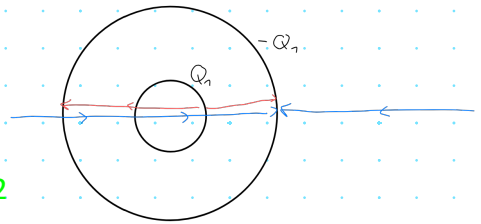
$$\Gamma \ln(1+x; 0) = 0 + x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - O(x^6), \text{ mit } x=1: \ln(2) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - O\left(\frac{1}{6}\right) \quad +1$$

$$\text{und wir können schreiben: } W_0 = q_0 \phi(r_0) = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{(-1)^i}{a^i} \quad n \rightarrow \infty$$

$$= - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \ln(2) \quad \text{VZF \& Koeff.F} \quad -1-1$$

6 P / 10 P

- ② a) Da die innere und die äußere Kugelschale betragsch. gleich, aber von VZ verschiedene Ladung haben, heben sich die Feldlinien im Inneren von S_1 auf (vgl. Skizze). +2



(Zwischen S_1 und S_2 ergänzen sie sich und außerhalb von S_2 heben sie sich ebenfalls auf)

b) $\sigma_1 = \frac{Q_1}{A_1}$ $A_1 = 4\pi R_1^2$

$\sigma_1 = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2}$ $\sigma_2 = -\frac{Q_1}{4\pi R_2^2}$ +3

c) $\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) dV = \int_{\partial V} \vec{E} d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}) dV$ | Das Integrationsvolumen ist eine Kugel mit Radius r , dessen Ursprung mit der Mitte des Kondensators zusammenfällt.
Aus Symmetriegründen gilt $\vec{E}(\vec{r}) = E \vec{e}_r$ (Kugelsymmetrie)

mit $\rho(\vec{r}) = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} \delta(r-R_1) - \frac{Q_2}{4\pi R_2^2} \delta(r-R_2)$ folgt:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty E r^2 \sin\theta d\phi d\theta dr = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \left(\frac{Q_1}{4\pi R_1^2} \delta(r-R_1) - \frac{Q_2}{4\pi R_2^2} \delta(r-R_2) \right) dV$$

$E 2\pi r^2 [-\cos\theta]_0^\pi = E 4\pi r^2$. Wir müssen jetzt drei Fälle betrachten:

$r < R_1 (< R_2)$:

$$E 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \underbrace{\int_V \left(\frac{Q_1}{4\pi R_1^2} \delta(r-R_1) - \frac{Q_2}{4\pi R_2^2} \delta(r-R_2) \right) dV}_{=0} = E(r) = 0$$

$R_1 < r < R_2$:

$$\begin{aligned} E 4\pi r^2 &= \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \left(\frac{Q_1}{4\pi R_1^2} \delta(r-R_1) - \frac{Q_2}{4\pi R_2^2} \delta(r-R_2) \right) dV \\ &= \frac{Q_1}{4\pi \epsilon_0 R_1^2} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(r-R_1) r^2 dr \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \\ &= \frac{Q_1}{4\pi \epsilon_0 R_1^2} R_1^2 \cdot 4\pi \end{aligned} \quad \left| \int_{-\infty}^{\infty} \delta(r-R_1) f(r) dr = f(R_1) \right. \text{ mit } f(r) = r^2$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\underline{r > R_2:}$$

$$\begin{aligned} E 4\pi r^2 &= \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \left(\frac{Q_1}{4\pi R_1^2} \delta(r-R_1) - \frac{Q_2}{4\pi R_2^2} \delta(r-R_2) \right) dV = E(r) = 0 \\ &= \frac{1}{\epsilon_0} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{Q_1}{4\pi R_1^2} \delta(r-R_1) - \frac{Q_2}{4\pi R_2^2} \delta(r-R_2) \right) r^2}_{=0} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \end{aligned}$$

$$\Rightarrow E(r) = 0$$

Insgesamt gilt also $\vec{E}(r) = \begin{cases} 0, & r < R_1 \\ \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}, & R_1 < r < R_2 \\ 0, & r > R_2 \end{cases} \hat{e}_r$ +5

$$d) \quad \phi(\vec{r}) = - \int_{\infty}^r \vec{E} d\vec{r}'$$

$$\underline{r \geq R_2:} \quad \phi(\vec{r}) = - \int_{R_2}^r 0 dr' = 0 \quad \text{+1}$$

$$\begin{aligned} \underline{R_1 < r < R_2:} \quad \phi(\vec{r}) &= - \int_{\infty}^r E dr' = - \int_{R_2}^r E dr' = - \int_{R_2}^r \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' \\ &= - \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r'} \right]_{R_2}^r = - \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} + \frac{1}{R_2} \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{+1}$$

$$\underline{r \leq R_1:} \quad \phi(\vec{r}) = \underbrace{\int_{\infty}^{R_2} E dr'}_{=0} - \int_{R_2}^{R_1} E dr' - \underbrace{\int_{R_1}^r E dr'}_{=0}$$

$$\begin{aligned}
 &= - \int_{\infty}^{R_1} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' = - \left[-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r'} \right]_{R_2}^{R_1} \\
 &= - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)
 \end{aligned}$$

+2
+1

e) Siehe Anhang! +4

f) $Q_i = \sum_{j=1}^N C_{ij} \phi_j$ mit Kapazitätsmatrix C und $N=2$:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \sum_{j=1}^2 C_{1j} \phi_j = C_{11} \phi_1 + C_{12} \phi_2 = C_{11} \phi(R_1) + C_{12} \underbrace{\phi(R_2)}_{=0} \\
 &= C_{11} \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow C_{11} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} \quad +6$$

$$Q_2 = \sum_{j=1}^2 C_{2j} \phi_j = C_{21} \phi_1 + C_{22} \phi_2 = C_{21} \phi(R_1) + C_{22} \phi(R_2) \quad \overset{=0}{\sim}$$

$$-Q_1 = C_{21} \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\Rightarrow C_{21} = \boxed{-} \frac{4\pi\epsilon_0}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}$$

Frag deinen Tutor, warum C_{ij} symmetrisch ist!

25 P / 25 P

$$\textcircled{3} \quad \vec{\nabla}^2 \phi = -\frac{1}{\epsilon_0} q \delta(x-d) \delta(y) \delta(z) \quad , x > 0$$

$$\phi(\vec{r}) \Big|_{x=0} = 0$$

$$\phi_r(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{(x-d)^2 + y^2 + z^2}}$$

$$a) \quad \phi_r(\vec{r}) \Big|_{x=0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{d^2 + y^2 + z^2}} \neq 0 \quad + y, z \quad +1$$

$$b) \quad \vec{E}_s(\vec{r}) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad \vec{r} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z$$

$$\vec{r}' = -d\hat{e}_x$$

$$= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(x+d)\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}^3}$$

$$\phi_B(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^x \frac{(x'+d)\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z}{\sqrt{(x'+d)^2 + y^2 + z^2}^3} \hat{e}_x dx'$$

$$= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^x \frac{x'+d}{\sqrt{(x'+d)^2 + y^2 + z^2}^3} dx' = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}} \right]_{-\infty}^x$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\vec{\nabla}^2 \phi_B \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{hom. Lösung})$$

$$= \partial_x^2 \phi_B + \partial_y^2 \phi_B + \partial_z^2 \phi_B = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\partial_x^2 \frac{-(x+d)}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}^3} + \partial_y^2 \frac{-y}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}^3} + \partial_z^2 \frac{-z}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}^3} \right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{3(x+d)^2}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}^5} - \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}^3} + \frac{3y^2}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}^5} \right. \\ \left. - \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}^3} + \frac{3z^2}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}^5} - \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}^3} \right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\underbrace{3 \frac{((x+d)^2 + y^2 + z^2)}{(x+d)^2 + y^2 + z^2} - \frac{3}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}}}_{=0} \right] = 0$$

$\Rightarrow \phi_B$ ist eine homogene Lösung der Poisson-Gleichung. +1

$$c) \quad \phi = \phi_p + \phi_h = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{(x-d)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\phi_p + \phi_h \Big|_{x=0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{d^2 + y^2 + z^2} - \frac{1}{d^2 + y^2 + z^2} \right] = 0$$

und erfüllt somit die Dirichlet-Randbedingung. +4

d) Das elektrische Feld im Halbraum $x > 0$ verhält sich wie die Summe von $\vec{E}_0$ und $\vec{E}_{\text{real}}$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(x-d)\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z}{\sqrt{(x-d)^2 + y^2 + z^2}^3} - \frac{(x+d)\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z}{\sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z^2}^3} \right], \quad x > 0 \quad +3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{-d\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z}{\sqrt{d^2 + y^2 + z^2}^3} - \frac{d\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z}{\sqrt{d^2 + y^2 + z^2}^3} \right]$$

$$= -\frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{d}{\sqrt{d^2 + y^2 + z^2}^3} \hat{e}_x \quad \checkmark$$

Das E-Feld hat für $x \rightarrow 0^+$ nur eine $\hat{e}_x$ -Komponente, es steht also dort senkrecht auf der Platte. +3

e) Die Metallplatte hat (ideal betrachtet) bewegliche Ladungen, die sich durch ein externes elektrisches Feld so verteilen, dass eine Oberflächenladung mit Oberflächendichteladung σ induziert wird. Diese Oberflächenladung gleicht das elektrische Feld der (in unserem Fall) Punktladung aus. Es gilt also $\vec{E}(\vec{r})|_{x < 0} = 0$. +4

f) siehe Anhang! +8 VZF im E-Feld!

g) $\int_V \vec{\nabla} \cdot d^3r \stackrel{\text{div. 6.}}{=} \int_{\partial V} \vec{E} \cdot \hat{n} d\vec{f} = \int_V \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} d^3r$ Wir integrieren über eine
Gaußsche Dose am Übergang zur
Metallplatte

$\cancel{\pi r^2} E_x = \cancel{\pi r^2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma = \epsilon_0 E_x \Rightarrow \sigma(\vec{r})|_{x=0} = -\frac{q}{2\pi} \frac{d}{\sqrt{d^2+y^2+z^2}}$ +6

Skizze im Anhang! Operator „Zeichnen“, nicht „Skizzieren“ -1

+1 VZF in der Ladung

h) $Q = \int_V \rho_{\text{net}}(\vec{r}) d^3r = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(\vec{r}) d(x) dx dy dz$

$\Leftrightarrow -\frac{q}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} d \frac{r}{\sqrt{d^2+r^2}} d\varphi dr$

$= -q \int_0^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{d^2+r^2}} = -q \lim_{a \rightarrow \infty} \left[-\frac{d}{\sqrt{d^2+r^2}} \right]_0^a$

$= -q$ +4

i) Wir können die Kraft, die auf die Punktladung als Coulombkraft zwischen der Punktladung und der Spiegelladung beschreiben:

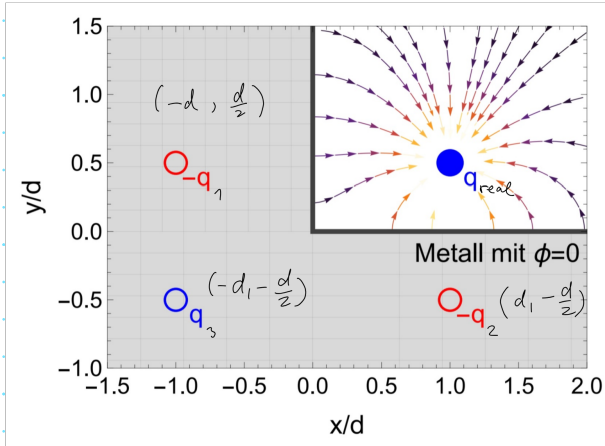
$F = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_q - \vec{r}_s}{|\vec{r}_q - \vec{r}_s|^3}$ mit $\vec{r}_q = d\hat{e}_x, \vec{r}_s = -d\hat{e}_x$

$= -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{2d}{\sqrt{2^2 d^2}^3} \hat{e}_x = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \hat{e}_x$ +2

Übertragfehler -1 RF -1

$$\textcircled{4} \quad \vec{r}_q = d \hat{x} + \left(\frac{d}{2}\right) \hat{y} \quad \vec{r}_{sq} = -\left(d \hat{x} + \left(\frac{d}{2}\right) \hat{y}\right)$$

Dirichlet-Randbedingung: $\phi(\vec{r})|_{x=0} = 0 = \phi(\vec{r})|_{y=0}$



$$\phi_{\text{real}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{(x-d)^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}}$$

$$\phi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q}{\sqrt{(x-d)^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}}$$

$$\phi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q}{\sqrt{(x+d)^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}}$$

$$\phi_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{(x+d)^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}}$$

Superposition der einzelnen Potentiale ergibt:

$$\phi_{\text{ges}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{(x-d)^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-d)^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} \right]$$

$$\phi_{\text{ges}}(x=0, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{d^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{d^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{d^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{d^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} \right]$$

$$= 0 \quad +2$$

$$\phi_{\text{ges}}(x, y=0, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{(x-d)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-d)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 + z^2}} \right]$$

$$= 0 \quad +2$$

$\Rightarrow$ Die Superposition der Potentiale der Real- und Bildladungen erfüllt das Randwertproblem.

$$b) \quad - = -\vec{\nabla}\phi = \partial_x \phi \hat{e}_x + \partial_y \phi \hat{e}_y + \partial_z \phi \hat{e}_z \quad +1$$

$$\partial_x \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[- \frac{(x-d)}{\sqrt{(x-d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} + \frac{(x+d)}{\sqrt{(x+d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right. \\ \left. + \frac{(x-d)}{\sqrt{(x-d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} - \frac{(x+d)}{\sqrt{(x+d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right]$$

$$\partial_y \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[- \frac{(y-\frac{d}{2})}{\sqrt{(x-d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} + \frac{(y-\frac{d}{2})}{\sqrt{(x+d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right. \\ \left. + \frac{(y+\frac{d}{2})}{\sqrt{(x-d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} - \frac{(y+\frac{d}{2})}{\sqrt{(x+d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right]$$

$$\partial_z \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[- \frac{z}{\sqrt{(x-d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} + \frac{z}{\sqrt{(x+d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right. \\ \left. + \frac{z}{\sqrt{(x-d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} - \frac{z}{\sqrt{(x+d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right]$$

$$\Rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{(x-d)}{\sqrt{(x-d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} - \frac{(x+d)}{\sqrt{(x+d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{(x-d)}{\sqrt{(x-d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} + \frac{(x+d)}{\sqrt{(x+d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right) \hat{e}_x \quad -1 \quad \text{VZF} \right. \\ \left. + \left(\frac{(y-\frac{d}{2})}{\sqrt{(x-d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} - \frac{(y-\frac{d}{2})}{\sqrt{(x+d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(y+\frac{d}{2})}{\sqrt{(x-d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} - \frac{(y+\frac{d}{2})}{\sqrt{(x+d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right) \hat{e}_y \right. \\ \left. + \left(\frac{z}{\sqrt{(x-d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} - \frac{z}{\sqrt{(x+d)^2 + (y-\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{z}{\sqrt{(x-d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} - \frac{z}{\sqrt{(x+d)^2 + (y+\frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right) \hat{e}_z \right]$$

$$+ \left(\frac{\frac{d}{z}}{\sqrt{(x-d)^2 + (y+\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 + \frac{(y+\frac{d}{z})}{\sqrt{(x+d)^2 + (y+\frac{d}{z})^2 + z^2}} \right) \hat{e}_y +1$$

$$+ \left(\frac{z}{\sqrt{(x-d)^2 + (y-\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 - \frac{z}{\sqrt{(x+d)^2 + (y-\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 \right. \\ \left. - \frac{z}{\sqrt{(x-d)^2 + (y+\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 + \frac{z}{\sqrt{(x+d)^2 + (y+\frac{d}{z})^2 + z^2}} \right) \hat{e}_z \Bigg] +1$$

Tue dir und mir bitte einen Gefallen und schreibe das in Zukunft kompakter als Vektor. Das ist so unübersichtlich, dass ich für Minuten nach den VZF suchen muss...

$$c) \lim_{x \rightarrow 0^+} \vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-d}{\sqrt{d^2 + (y-\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + (y-\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 \right. \\ \left. + \frac{d}{\sqrt{d^2 + (y+\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 + \frac{d}{\sqrt{d^2 + (y+\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 \right) \hat{e}_x + 0\hat{e}_y + 0\hat{e}_z$$

$$= \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{d}{\sqrt{d^2 + (y+\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + (y-\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 \right) \hat{e}_x$$

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} \vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{d}{\sqrt{(x-d)^2 + \frac{d^2}{4} + z^2}}^3 - \frac{d}{\sqrt{(x-d)^2 + \frac{d^2}{4} + z^2}}^3 \right) \hat{e}_y$$

vgl. 3g): $\sigma_x(y, z) = \epsilon_0 \lim_{x \rightarrow 0^+} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{e}_x \cdot \Theta(y) = \frac{q}{2\pi} \left(\frac{d}{\sqrt{d^2 + (y+\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + (y-\frac{d}{z})^2 + z^2}}^3 \right) \Theta(y)$ +4

$\sigma_z(y, z) = \epsilon_0 \lim_{y \rightarrow 0^+} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{e}_z \cdot \Theta(x) = \frac{q}{4\pi} \left(\frac{d}{\sqrt{(x-d)^2 + \frac{d^2}{4} + z^2}}^3 - \frac{d}{\sqrt{(x-d)^2 + \frac{d^2}{4} + z^2}}^3 \right) \Theta(x)$ +4

! Plots im Anhang! +4

mit der Heaviside-Funktion
weil die Oberflächen nur im positiven
x- bzw. y-Bereich sind

$$d) \quad \rho(\vec{r}) = \frac{q}{2\pi} \left(\frac{d}{\sqrt{d^2 + (y + \frac{d}{2})^2 + z^2}^3} - \frac{d}{\sqrt{d^2 + (y - \frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right) \theta(y) \delta(x) \\ + \frac{q}{4\pi} \left(\frac{d}{\sqrt{(x-d)^2 + \frac{d^2}{4} + z^2}^3} - \frac{d}{\sqrt{(x+d)^2 + \frac{d^2}{4} + z^2}^3} \right) \theta(x) \delta(y)$$

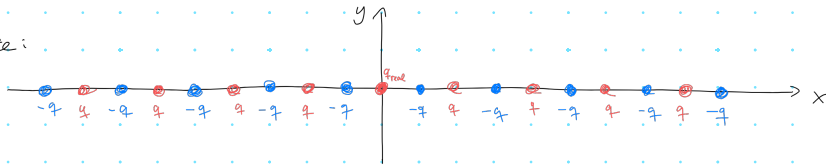
$$Q_{\text{ges}} = \int_{\mathbb{R}^3} \rho(\vec{r}) d^3r = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q}{2\pi} \left(\frac{d}{\sqrt{d^2 + (y + \frac{d}{2})^2 + z^2}^3} - \frac{d}{\sqrt{d^2 + (y - \frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right) \theta(y) dy dz \\ + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q}{4\pi} \left(\frac{d}{\sqrt{(x-d)^2 + \frac{d^2}{4} + z^2}^3} - \frac{d}{\sqrt{(x+d)^2 + \frac{d^2}{4} + z^2}^3} \right) \theta(x) dx dz$$

$$= q \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{2\pi} \left(\frac{d}{\sqrt{d^2 + (y + \frac{d}{2})^2 + z^2}^3} - \frac{d}{\sqrt{d^2 + (y - \frac{d}{2})^2 + z^2}^3} \right) dy dz \right. \\ \left. + \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{4\pi} \left(\frac{d}{\sqrt{(x-d)^2 + \frac{d^2}{4} + z^2}^3} - \frac{d}{\sqrt{(x+d)^2 + \frac{d^2}{4} + z^2}^3} \right) dx dz \right]$$

Berechnung in Mathematica siehe Anhang! +0

19 P / 20 P

(5) Skizze:



Das Potential ϕ_{ges} ergibt sich als Superposition des Potentials der realen Ladung q und der Spiegel Ladungen:

$$\phi_{\text{ges}}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{|\vec{r}|} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(x-2id)^2 + y^2 + z^2}} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(x+2id)^2 + y^2 + z^2}} \right] \\ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(x-2id)^2 + y^2 + z^2}} + \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(x+2id)^2 + y^2 + z^2}} \right]$$

Poisson-Gleichung: $\nabla^2 \phi = -\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0}$, $\rho(\vec{r}) = q \cdot \delta(x) \delta(y) \delta(z)$

$$\phi_{\text{ges}} = \phi_h + \phi_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}} + \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}}$$

$$0 \stackrel{!}{=} \nabla^2 \phi_h = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\partial_x \left(\sum_{i=1}^{\infty} -\frac{(-1)^i (x-2id)}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}^3} - \frac{(-1)^i (x+2id)}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}^3} \right) \right.$$

$$+ \partial_y \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{-(-1)^i y}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}^3} - \frac{(-1)^i y}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}^3} \right)$$

$$+ \partial_z \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{-(-1)^i z}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}^3} - \frac{(-1)^i z}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}^3} \right) \Big]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{3(-1)^i (x-2id)^2}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}^5} - \frac{(-1)^i}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}^3} + \frac{3(-1)^i (x+2id)^2}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}^5} \right. \right.$$

$$- \frac{(-1)^i}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}^3} \Big) + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{3(-1)^i y^2}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}^5} - \frac{(-1)^i}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}^3} \right.$$

$$+ \frac{3(-1)^i y^2}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}^5} - \frac{(-1)^i}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}^3} \Big)$$

$$+ \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{3(-1)^i z^2}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}^5} - \frac{(-1)^i}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}^3} \right.$$

$$+ \frac{3(-1)^i z^2}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}^5} - \frac{(-1)^i}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}^3} \Big]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{3(-1)^i ((x-2id)^2+y^2+z^2)}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}^5} + \frac{3(-1)^i ((x+2id)^2+y^2+z^2)}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}^5} \right. \right.$$

$$\left. - \frac{3(-1)^i}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}^3} - \frac{3(-1)^i}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}^3} \right) \Big] = 0 \quad +1$$

Integration über Kugel mit $r \rightarrow \infty$ mit Mittelpunkt im Ursprung:

$$-\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} \stackrel{!}{=} \vec{\nabla}^2 \phi_e \Rightarrow \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}) d^3r = \frac{q}{\epsilon_0} = - \int_V \vec{\nabla}^2 \phi_e d^3r = - \int_{\partial V} \vec{\nabla} \phi_e \cdot \hat{n} d\vec{f} = \int_{\partial V} \vec{E} \cdot \hat{n} d\vec{f}$$

$\vec{E}$ -feld einer Punktladung im Ursprung

$$\Rightarrow \frac{q}{\epsilon_0} = \int_{\partial V} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} d\vec{f} = \frac{4\pi r^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \phi_{gs} = \phi_e + \phi_h = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(x-2id)^2+y^2+z^2}} + \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(x+2id)^2+y^2+z^2}}$$

Löst die Poisson-Gleichung:

Dirichlet-Randbed.: $\phi_{gs}(\vec{r})|_{x=-d} = \phi_{gs}(\vec{r})|_{x=d} = 0$

$$\begin{aligned} \phi_{gs}(x=-d, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{d^2+y^2+z^2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{q(-1)^i}{\sqrt{(-d-2id)^2+y^2+z^2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(-d+2id)^2+y^2+z^2}} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{d^2+y^2+z^2}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{d^2+y^2+z^2}} \\ &\quad + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i q}{\sqrt{(d+2id)^2+y^2+z^2}} - \frac{(-1)^i}{\sqrt{(2(i+1)d-d)^2+y^2+z^2}} = 0 \quad +2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{gs}(x=d, y, z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{d^2+y^2+z^2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(d-2id)^2+y^2+z^2}} \\ &\quad + \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(d+2id)^2+y^2+z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{d^2+y^2+z^2}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{d^2+y^2+z^2}} \\ &\quad + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{-q(-1)^i}{\sqrt{(d-2(i+1)d)^2+y^2+z^2}} + \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(d+2id)^2+y^2+z^2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(d+2id)^2+y^2+z^2}} - \frac{q(-1)^i}{\sqrt{(-d+2id)^2+y^2+z^2}} = 0 \quad +2 \end{aligned}$$

Aufgabe 2e)

```

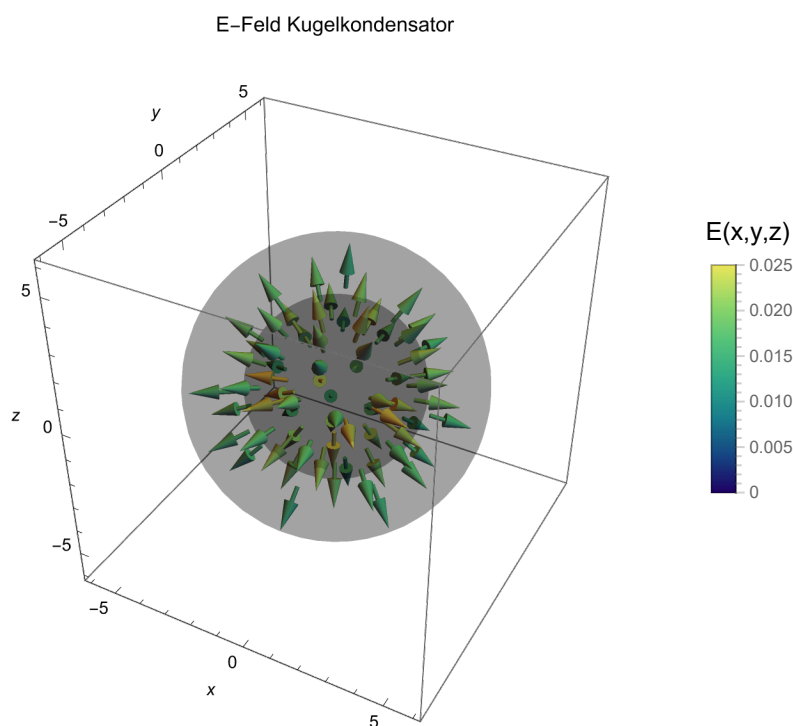
In[68]:= eps0 = 1;
Q1 = 1;
R1 = 3;
R2 = 5
efield[r_,  $\theta$ _,  $\phi$ _] :=
  1 / (4 * Pi * eps0) Q1 / r * HeavisideTheta[r - R1] * HeavisideTheta[R2 - r] {1, 0, 0}
plotE = TransformedField["Spherical" -> "Cartesian", efield[r,  $\theta$ ,  $\phi$ ], {r,  $\theta$ ,  $\phi$ } -> {x, y, z}];
Show[VectorPlot3D[plotE, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, {z, -5, 5}, AxesLabel -> {x, y, z},
  PlotRange -> All, PlotLegends -> BarLegend[Automatic, LegendLabel -> "E(x,y,z)",
  PlotLabel -> "E-Feld Kugelkondensator",
  VectorColorFunction -> "BlueGreenYellow", VectorMarkers -> "End"],
  Graphics3D[{Black, Opacity[0.2], Sphere[{0, 0, 0}, R1], Boxed -> False}],
  Graphics3D[{Black, Opacity[0.2], Sphere[{0, 0, 0}, R2], Boxed -> False}]]
 $\phi$ [r_] := Piecewise[{{Q1 / (4 Pi eps0) (1 / R1 - 1 / R2), r <= R1},
  {Q1 / (4 Pi eps0) (1 / r - 1 / R2), R1 < r < R2}, {0, r >= R2}}]
Plot[ $\phi$ [r], {r, 0, 10}, PlotRange -> {0, All}, PlotLabel -> "Potential  $\phi(r)$ ",
  AxesLabel -> {"r", " $\phi(r)$ "}, PlotStyle -> Thick, GridLines -> Automatic]

```

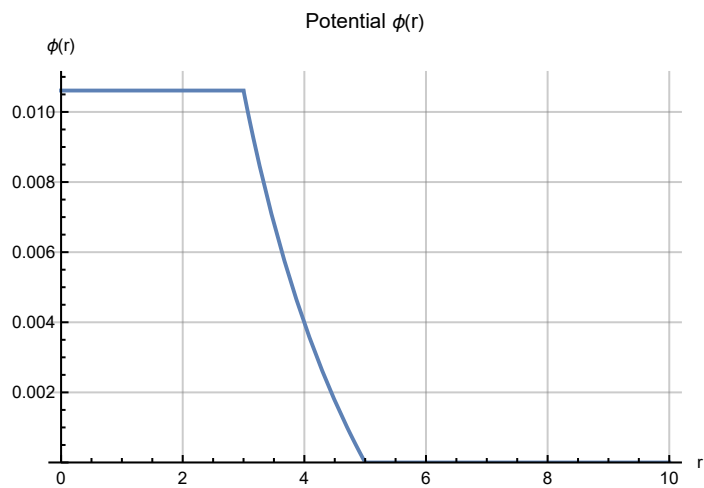
Out[71]=

5

Out[74]=



Out[76]=





Aufgabe 3 f)

In[1157]:=

q := -1

d := 1

ε0 := 1

```
e[x_, y_, z_] := q / (4 * ε0 * Pi) * HeavisideTheta[x] *  
  {(x - d) / ((x - d)^2 + y^2 + z^2)^(3 / 2) - (x + d) / ((x + d)^2 + y^2 + z^2)^(3 / 2)  
    ,  
    y / ((x - d)^2 + y^2 + z^2)^(3 / 2) - y / ((x + d)^2 + y^2 + z^2)^(3 / 2)  
    ,  
    z / ((x - d)^2 + y^2 + z^2)^(3 / 2) - z / ((x + d)^2 + y^2 + z^2)^(3 / 2)}
```

```

 $\phi[x_, y_, z_] :=$ 
 $-q / (4 * \text{Pi} * \epsilon_0) * (1 / ((x - d)^2 + y^2 + z^2)^{0.5} - 1 / ((x + d)^2 + y^2 + z^2)^{0.5}) * \text{HeavisideTheta}[x]$ 

```

```

Show[VectorPlot3D[e[x, y, z], {x, -2, 2},
  {y, -2, 2}, {z, -2, 2}, AxesLabel → {"x/d", "y/d", "z/d"},
  PlotLegends → BarLegend[Automatic, LegendLabel → " $\vec{E}(x,y,z)$ "],
  VectorColorFunction → "BlueGreenYellow", PlotLabel → "E-Feld"],
Graphics3D[{Black, Opacity[0.5], Cuboid[{-2, -2, -2}, {0, 2, 2}]}]]

```

```

Show[ContourPlot3D[ $\phi[x, y, z]$ , {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, {z, -2, 0},
  PlotLegends → BarLegend[Automatic, LegendLabel → " $\phi(x,y,z)$ "],
  Contours → {0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.45, 0.5, 0.7},
  AxesLabel → {"x/d", "y/d", "z/d"}, PlotLabel →
  "Äquipotentialflächen des Potentials", ColorFunction → "BlueGreenYellow"],
Graphics3D[{Black, Opacity[0.5], Cuboid[{-2, -2, -2}, {0, 2, 2}]}]]

```

```

 $e[x_, y_, z_] := q / (4 * \epsilon_0 * \text{Pi}) * \{ (x - d) / ((x - d)^2 + y^2 + z^2)^{3/2} - (x + d) / ((x + d)^2 + y^2 + z^2)^{3/2} ,$ 
 $y / ((x - d)^2 + y^2 + z^2)^{3/2} - y / ((x + d)^2 + y^2 + z^2)^{3/2} ,$ 
 $z / ((x - d)^2 + y^2 + z^2)^{3/2} - z / ((x + d)^2 + y^2 + z^2)^{3/2} \}$ 

```

```

 $\phi[x_, y_, z_] :=$ 
 $-q / (4 * \text{Pi} * \epsilon_0) * (1 / ((x - d)^2 + y^2 + z^2)^{0.5} - 1 / ((x + d)^2 + y^2 + z^2)^{0.5})$ 

```

```

Show[VectorPlot3D[e[x, y, z], {x, -2, 2},
  {y, -2, 2}, {z, -2, 2}, AxesLabel → {"x/d", "y/d", "z/d"},
  PlotLegends → BarLegend[Automatic, LegendLabel → " $\vec{E}(x,y,z)$ "],
  VectorColorFunction → "BlueGreenYellow",
  PlotLabel → "E-Feld mit realer Spiegelladung"],
Graphics3D[{Black, Opacity[0.5], Cuboid[{-2, -2, -2}, {0, 2, 2}]}]]

```

```

Show[ContourPlot3D[ $\phi[x, y, z]$ , {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, {z, -2, 0},
  PlotLegends → BarLegend[Automatic, LegendLabel → " $\phi(x,y,z)$ "],
  Contours → {-0.7, -0.5, -0.45, -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.1,
  0.2, 0.3, 0.4, 0.45, 0.5, 0.7}, AxesLabel → {"x/d", "y/d", "z/d"},

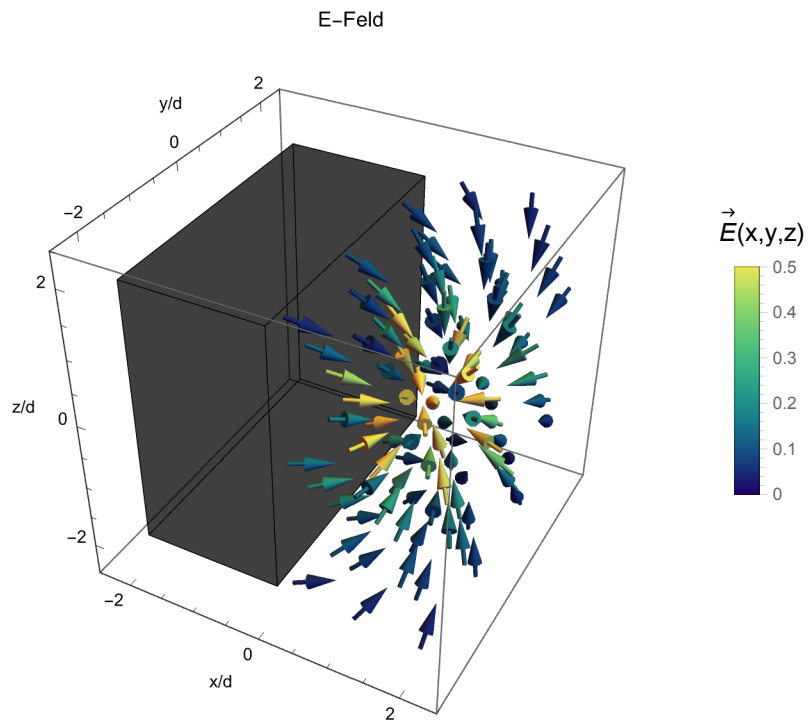
```

```

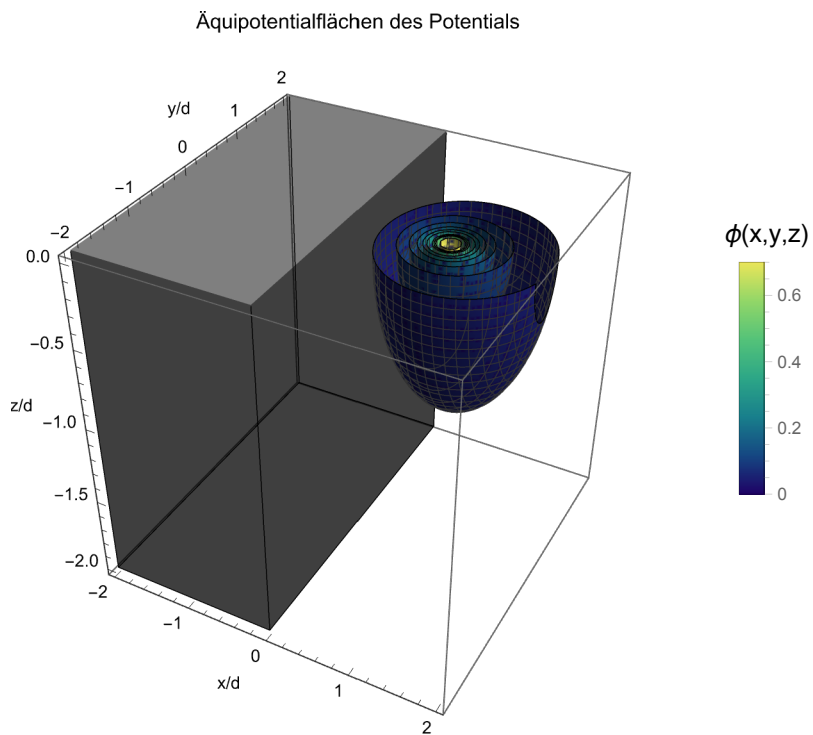
PlotLabel → "Äquipotentialflächen des Potentials mit realer Spiegelladung",
ColorFunction → "BlueGreenYellow"],
Graphics3D[{Black, Opacity[0.5], Cuboid[{-2, -2, -2}, {0, 2, 2}]}]]

```

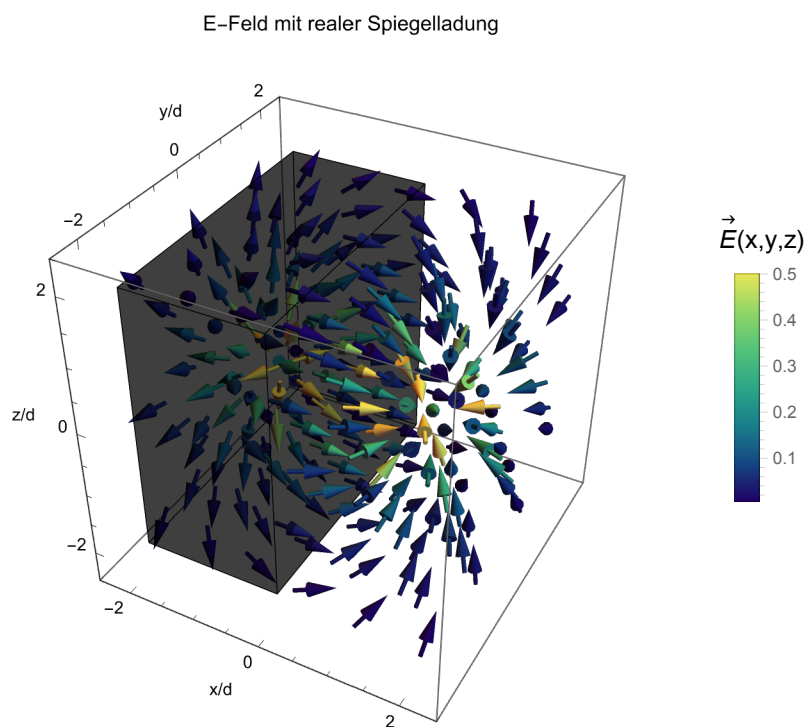
Out[1162]=



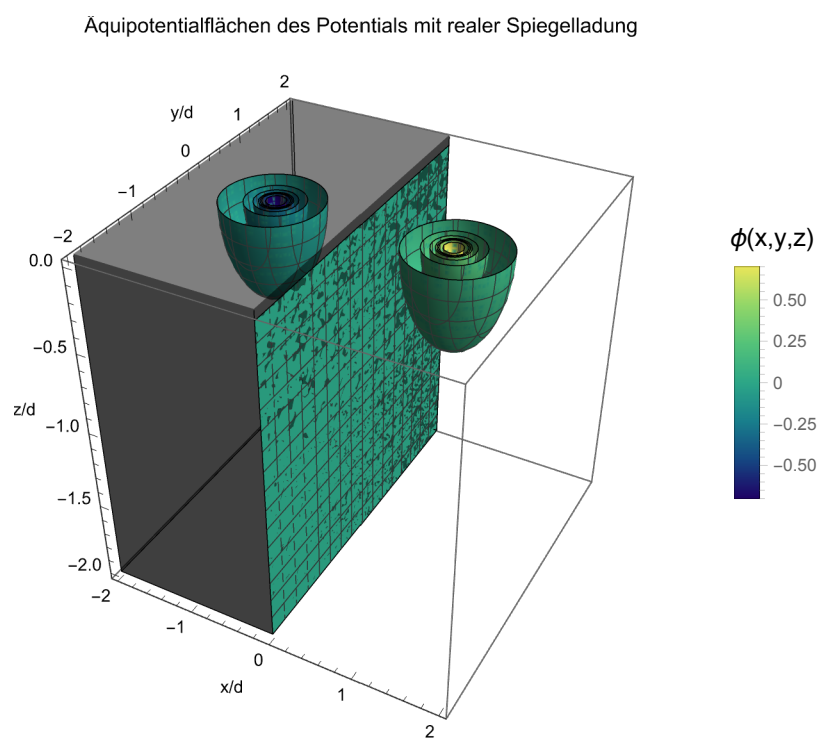
Out[1163]=



Out[1166]=



Out[1167]=



Aufgabe 3 g)

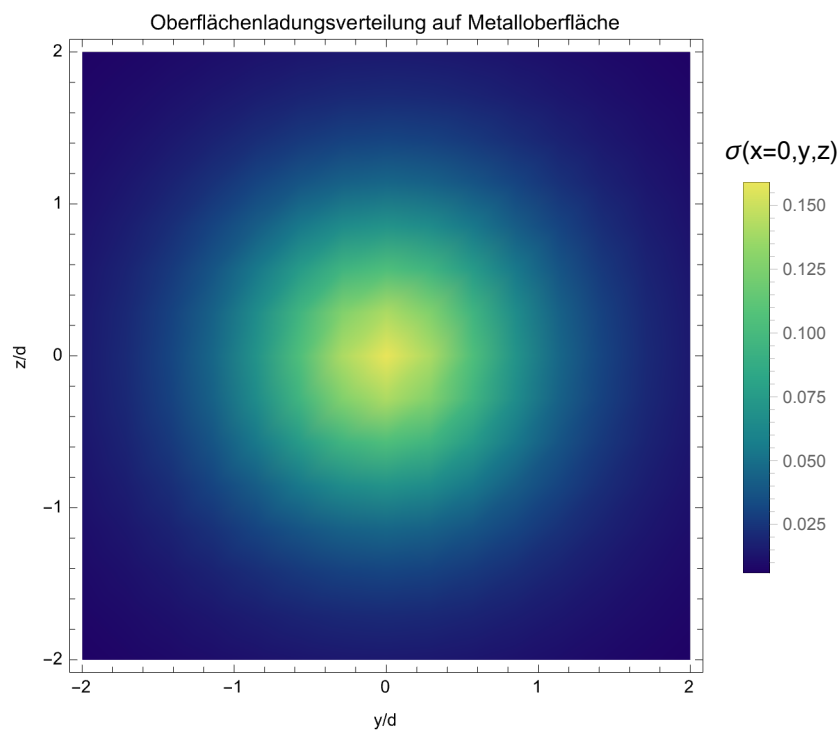
In[1172]:=

d := 1**q := -1**

$$\sigma[y_, z_] := -q / (2 * \text{Pi}) * d / (d^2 + y^2 + z^2)^{(3/2)}$$

```
DensityPlot[σ[y, z], {y, -2, 2}, {z, -2, 2}, FrameLabel → {"y/d", "z/d"},
  PlotLabel → "Oberflächenladungsverteilung auf Metalloberfläche",
  PlotLegends → BarLegend[Automatic, LegendLabel → "σ(x=0,y,z)",
    ColorFunction → "BlueGreenYellow"]
```

Out[1175]=



Aufgabe 4 c)

In[1606]:=

 $\epsilon_0 := 1$ $q := -1$ $d := 1$

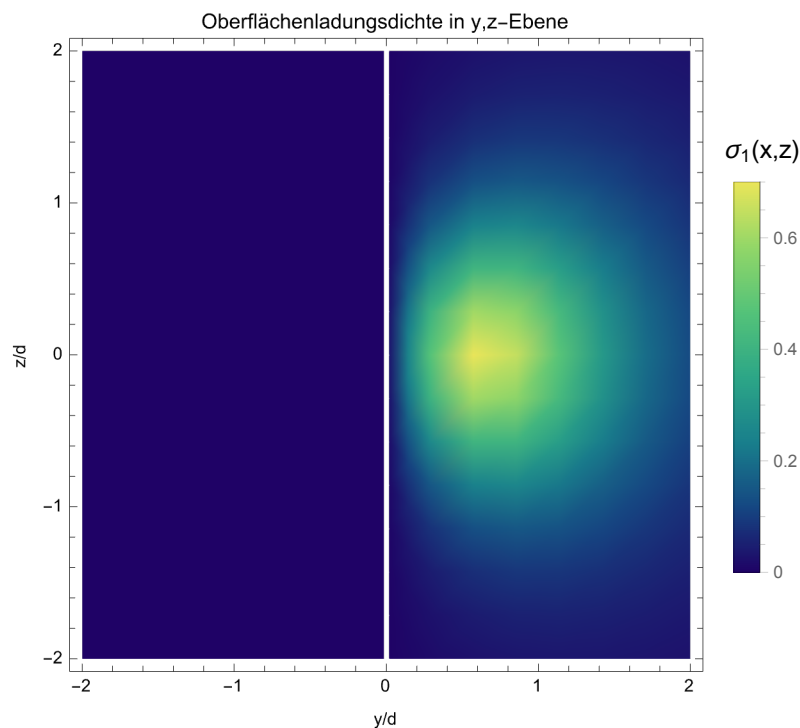
$$\sigma_1[y_, z_] := q / (2 * \text{Pi}) * \text{HeavisideTheta}[y] * \\ (d / (d^2 + (y + d/2)^2 + z^2)^{3/2} - d / (d^2 + (y - d/2)^2 + z^2)^{3/2})$$

$$\sigma_2[x_, z_] := \\ q / (4 * \text{Pi}) * \text{HeavisideTheta}[x] * (d / ((x + d)^2 + (d^2)/4 + z^2)^{3/2} - \\ d / ((x - d)^2 + (d^2)/4 + z^2)^{3/2})$$

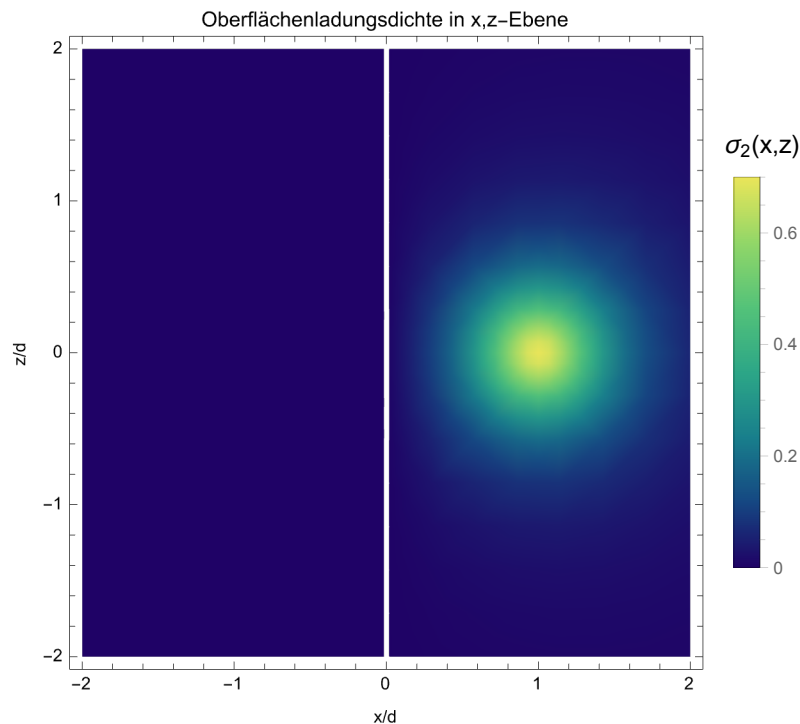
```
DensityPlot[σ1[y, z], {y, -2, 2}, {z, -2, 2}, FrameLabel → {"y/d", "z/d"},
  PlotLabel → "Oberflächenladungsdichte in y,z-Ebene",
  PlotLegends → BarLegend[{Automatic, {0, 0.7}}, LegendLabel → "σ1(x,z)"],
  ColorFunction → "BlueGreenYellow", PlotRange → {Automatic, Automatic, {0, 1}}]
```

```
DensityPlot[σ2[x, z], {x, -2, 2}, {z, -2, 2}, FrameLabel → {"x/d", "z/d"},
  PlotLabel → "Oberflächenladungsdichte in x,z-Ebene",
  PlotLegends → BarLegend[{Automatic, {0, 0.7}}, LegendLabel → "σ2(x,z)"],
  ColorFunction → "BlueGreenYellow", PlotRange → {Automatic, Automatic, {0, 0.7}}]
```

Out[1611]=



Out[1612]=



Aufgabe 4 d)

In[948]:=

```
d := 1
q := 1
```

Das darfst du an der Stelle nicht einfach! Du weißt sonst nie, ob sich die Abhängigkeiten wirklich rauskürzen, oder ob das kommt, weil du die Werte festlegst.

In[950]:=

```
int1 = NIntegrate[
  q / (2 Pi) * (d / (d^2 + (y + d / 2)^2 + z^2)^(3 / 2) - d / (d^2 + (y - d / 2)^2 + z^2)^(3 / 2)),
  {y, 0, Infinity}, {z, -Infinity, Infinity}]
```

Out[950]=

```
-0.295167
```

In[951]:=

```
int2 = NIntegrate[
  q / (4 Pi) (d / ((x + d)^2 + d^2 / 4 + z^2)^(3 / 2) - d / ((x - d)^2 + d^2 / 4 + z^2)^(3 / 2)),
  {x, 0, Infinity}, {z, -Infinity, Infinity}]
```

Out[951]=

```
-0.704833
```

In[952]:=

```
Simplify[int1 + int2]
```

Out[952]=

```
-1.
```

-> Q_ges = -q (analytische Integration hat (no joke) 8Stunden gedauert und danach hat sich Mathematica beendet und alles war weg, daher mit NIntegrate :)

+0